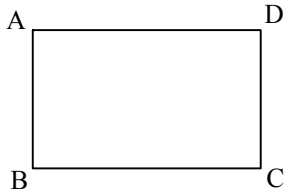
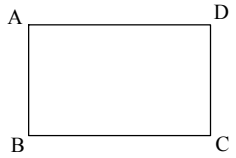
相似形

相似形的定義與判別：

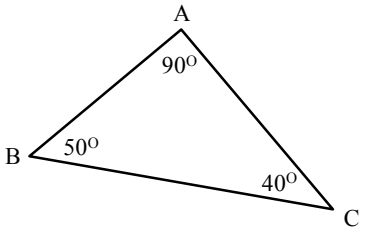
兩個平面圖形不論其大小是否相等，只要形狀相同，即稱為這兩個平面圖形為相似形。

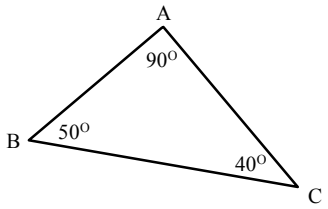
1. 相似多邊形：同時滿足（1）對應角相等；(2）對應邊成比例。





2. 相似三角形：只需滿足(1)對應角相等；或(2)對應邊成比例，其中一個條件即可。





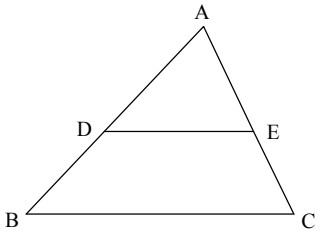
三角形的相似性質：(1）AAA 相似（AA 相似）（2）SSS 相似　(3）SAS 相似

三角形兩邊截比例線段：

1. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{DE} // \overline{BC}$，則：

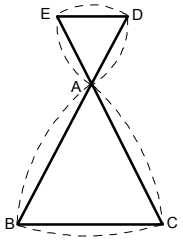
   (1) $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$。 (2) $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$。

   (3) $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{EC}}$。



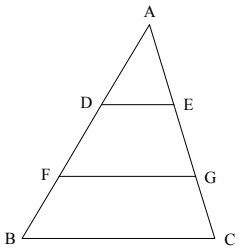
2. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{DE} // \overline{BC}$，則：

   $\dfrac{\overline{EA}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{DA}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{ED}}{\overline{BC}}$

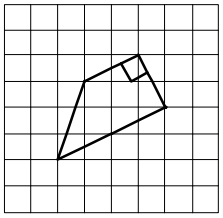


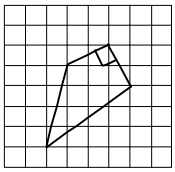
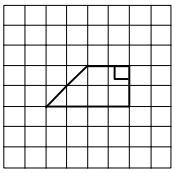
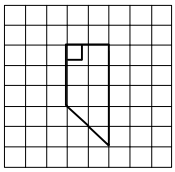
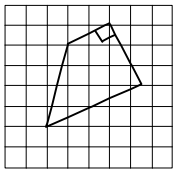
3. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{DE} // \overline{FG} // \overline{BC}$，則：

   $\overline{AD} : \overline{DF} : \overline{FB} = \overline{AE} : \overline{EG} : \overline{GC}$。

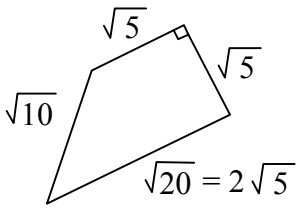


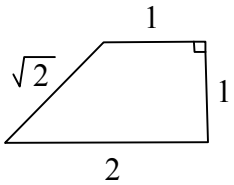
1. 下列各圖形中哪一個四邊形與右圖的四邊形相似？【90 年第一次】



(A) 
(B) 
(C) 
(D) 

重點：圖形的相似

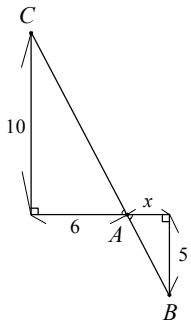
原圖： 

$\Rightarrow$ 化為最簡比例： 

答案選（B）

2. 一群海盜在無名島上藏了三批珠寶，先在島上 A 地藏第一批珠寶，然後向東走 x 公里，再向南走 5 公里到 B 地藏第二批珠寶，再循原路回到 A 地後，向西走 6 公里，再向北走 10 公里到 C 地藏第三批珠寶，如果 A 、 B 、 C 三地恰好在一條直線上，則 $x=$ ？

(A) 3 (B) 6 (C) $\frac{25}{3}$ (D) 12 【90 年第一次】



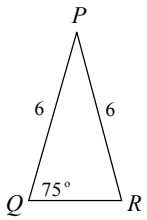
重點：相似形應用於實際生活上

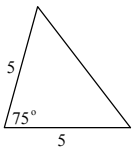
依題意畫出如右圖，而這是 AA 相似的兩個三角形，

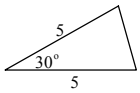
依邊長比例來判別是 $10:5=6:x \Rightarrow x=3$

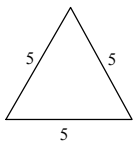
答案選（A）

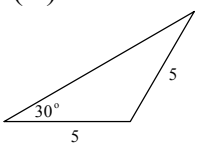
3. 如右下圖，已知△PQR，則下列四個三角形中，哪一個與△PQR 相似？



(A) 

(B) 

(C) 

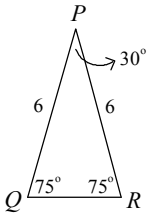
(D) 

重點：三角形的相似 【90 年第二次】

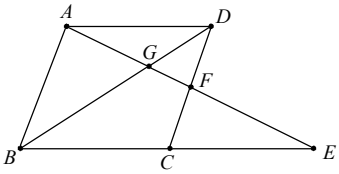
如右圖，△PQR 為 $30^\circ-75^\circ-75^\circ$ 的等腰三角形。

若與△PQR 相似，則三個角度必須對應相等且對應邊成比例。

答案選（B）



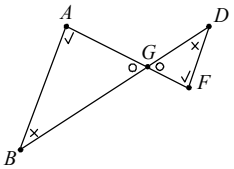
4. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{AD}$，直線 AF 交 $\overline{BD}$ 於 G 點，交直線 BC 於 E 點。若 $\angle A\neq 120°$，且 F 是 $\overline{CD}$ 的中點，則下列哪一個選項中的兩個三角形<u>不會</u>相似？



(A) $\triangle ABG$，$\triangle FDG$　(B) $\triangle AGD$，$\triangle EGB$　(C) $\triangle AFD$，$\triangle EAB$　(D) $\triangle FCE$，$\triangle FDG$

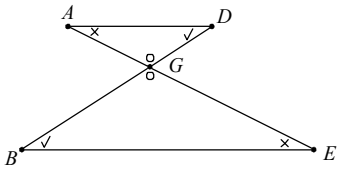
重點：三角形的 AA 相似性質 【90 年第二次】

（A）



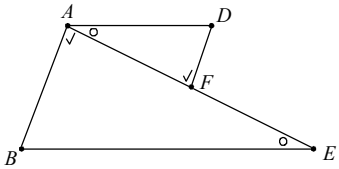
$\triangle ABG\sim\triangle FDG$（$AA$ 相似）

（B）



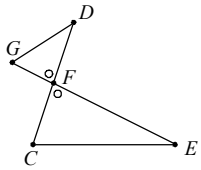
$\triangle AGD\sim\triangle EGB$（$AA$ 相似）

（C）



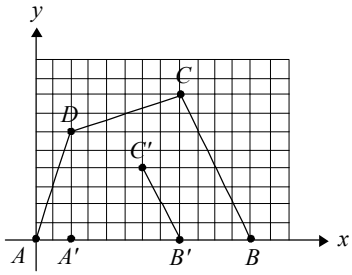
$\triangle AFD\sim\triangle EAB$（$AA$ 相似）

（D）



無法判斷其它角度（不相似）　答案選（D）

5. 如右圖，有一四邊形 $ABCD$ 的頂點坐標分別為 $A(0,0)$、$B(6,0)$、$C(4,4)$、$D(1,3)$。如要畫另一四邊形 $A'B'C'D'$ 與四邊形 $ABCD$ 相似，且其頂點坐標分別為 $A'(1,0)$、$B'(4,0)$、$C'(3,2)$、$D'(s,t)$，則 $s+t=$？【91 年第一次】



(A) 2　(B) 3　(C) $\frac{7}{2}$　(D) 4

重點：四邊形的相似與解方程式

四邊形 $A'B'C'D'$ 與四邊形 $ABCD$ 相似，則邊長要成比例

$\overline{AB}=\sqrt{(6-0)^2}=6$；$\overline{A'B'}=\sqrt{(4-1)^2}=3$　$\Rightarrow$　$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\frac{6}{3}=2$

$\overline{CD}=\sqrt{(4-1)^2+(4-3)^2}=\sqrt{10}$；$\overline{C'D'}=\sqrt{(3-s)^2+(2-t)^2}$

$\overline{AD}=\sqrt{(1-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{10}$；$\overline{A'D'}=\sqrt{(s-1)^2+(t-0)^2}$

$\therefore\frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{(3-s)^2+(2-t)^2}}=2$；$\frac{\overline{AD}}{\overline{A'D'}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{(s-1)^2+2}}=2$

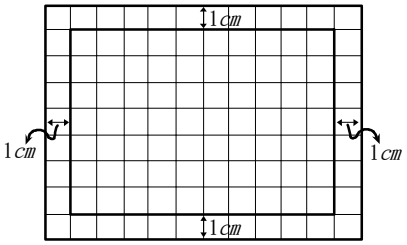
$\Rightarrow\begin{cases}4\times[(3-s)^2+(2-t)^2]=10\\4\times[(s-1)^2+t^2]=10\end{cases}$　$\Rightarrow 4\times[(3-s)^2+(2-t)^2]=10=4\times[(s-1)^2+t^2]=10$

$\Rightarrow 9-6s+s^2+4-4t+t^2=s^2-2s+1+t^2\Rightarrow 4s+1=13-4t\Rightarrow 4\times(s+t)=12\Rightarrow s+t=3$

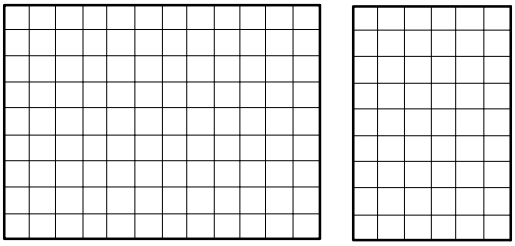
答案選（B）

6. 下列每個選項中都有兩個長方形。根據圖中所給的方格紙、數據，判斷哪一個選項中的兩個長方形是相似的？ 【91 年第二次】

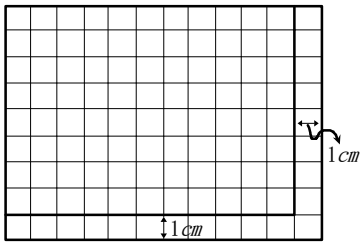
(A)



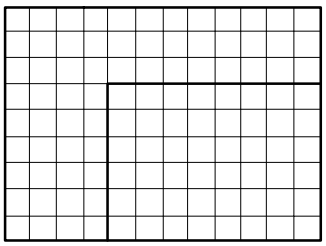
(B)



(C)



(D)



重點：相似形

（A）選項：大長方形的長寬比是$12:9=4:3$ ， 小長方形的長寬比是$10:7$。

（B）選項：大長方形的長寬比是$12:9=4:3$ ， 小長方形的長寬比是$3:2$。

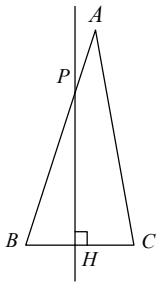
（C）選項：大長方形的長寬比是$12:9=4:3$ ， 小長方形的長寬比是$11:8$。

（D）選項：大長方形的長寬比是$12:9=4:3$ ， 小長方形的長寬比是$8:6=4:3$。

答案選（D）

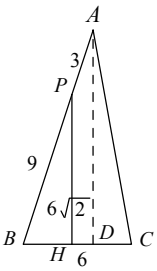
7. 如右圖，在$\triangle ABC$中，$\overline{BC}$的中垂線分別與$\overline{AB}$、$\overline{BC}$交於P、H兩點。若$\overline{BP}=9$、$\overline{AP}=3$、$\overline{BC}=6$、$\overline{PH}=6\sqrt{2}$，則$\triangle ABC$的面積為何？

(A) 27 (B) 36 (C) $6\sqrt{2}$ (D) $24\sqrt{2}$ 【91 年第二次】



重點：利用相似形求高，再求面積

如右圖，過A點作$\triangle ABC$的高$\overline{AD}$



$\triangle BPH \sim \triangle BAD$（$AA$相似性質） $\Rightarrow \dfrac{\overline{PH}}{\overline{AD}}=\dfrac{\overline{BP}}{\overline{AB}} \Rightarrow \dfrac{6\sqrt{2}}{\overline{AD}}=\dfrac{9}{12}$

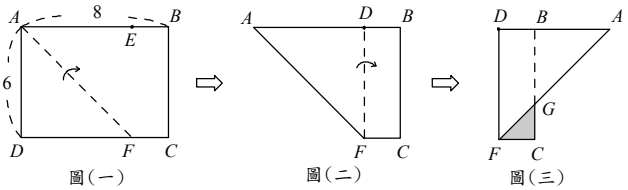
$\Rightarrow \overline{AD}=8\sqrt{2} \Rightarrow \triangle ABC$的面積$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8\sqrt{2}=24\sqrt{2}$

答案選（D）

8. 如圖(一)，$ABCD$ 為一長方形，$\overline{AB}=8$，$\overline{AD}=\overline{AE}=6$。

(1) 將 $\overline{AD}$ 向 $\overline{AE}$ 方向摺過去，使得 $\overline{AD}$ 與 $\overline{AE}$ 重合，出現摺線 $\overline{AF}$，如圖(二)。

(2) 將△AFD 以 $\overline{DF}$ 為摺線向右摺過去，如圖(三)。求△CFG 的面積是多少？【91 年第二次】



(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

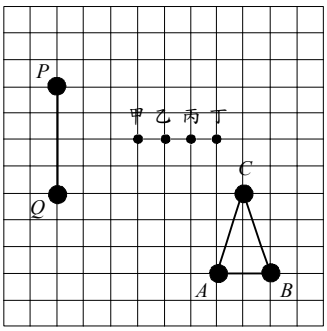
重點：摺疊圖形的問題

$\overline{FC}=8-6=2$，又△ADF～△FCG　$\therefore \dfrac{\overline{AD}}{\overline{FC}}=\dfrac{\overline{DF}}{\overline{CG}} \Rightarrow \dfrac{6}{2}=\dfrac{6}{\overline{CG}} \Rightarrow \overline{CG}=2$

$\therefore$ △CFG 面積$=\dfrac{2\times 2}{2}=2$　　答案選（B）

9. 如右圖，棋盤上有 A、B、C 三個黑子與 P、Q 兩個白子。請問：第三個白子 R 應放在下列哪一個位置，才會使得△ABC～△PQR？

(A) 甲　(B) 乙　(C) 丙　(D) 丁　【92 年第一次】



重點：相似形對應邊成比例

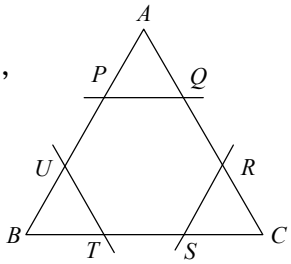
(1) 若 $\overline{AB}=2$ (格子長)，則△PQR 為△ABC 邊長的兩倍，因此高也是兩倍。

(2) $\overline{AB}$ 上的高為 3 個格子長，因此 $\overline{PQ}$ 上的高應是 6 個格子長(兩倍)

答案選（D）

10. 如右圖，△ABC 是邊長為 a 的正三角形紙張，今在各角剪去一個三角形，使得剩下的六邊形 $PQRSTU$ 為正六邊形，則此正六邊形的周長為何？

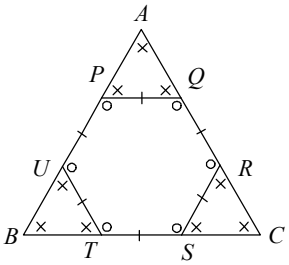
(A) $2a$　(B) $3a$　(C) $\dfrac{3}{2}a$　(D) $\dfrac{9}{4}a$　【92 年第一次】



重點：有關相似形的圖形

(1) $PQRSTU$ 既為正六邊形，所以 $\overline{PQ}\,//\,\overline{TS}$，即 $\overline{PQ}\,//\,\overline{BS}$，故△$APQ$～△$ABC$，同理△$APQ$～△$BTU$～△$CRS$

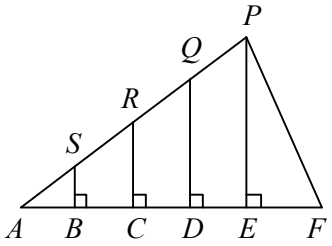
(2) 既然 $PQRSTU$ 為正六邊形，每個內角是 120°，則三個三角形的每一內角度數均為 60°，如右圖所示。



(3) ∵六邊形 $PQRSTU$ 每邊為 $\dfrac{1}{3}a$，∴6 個邊長和為 $\dfrac{1}{3}a\times 6=2a$

答案選（A）

11. 如下圖，S、R、Q 在 $\overline{AP}$ 上，B、C、D、E 在 $\overline{AF}$ 上，其中 $\overline{BS}$、$\overline{CR}$、$\overline{DQ}$ 皆垂直於 $\overline{AF}$，且 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}$。若 $\overline{PE}=2$ 公尺，則 $\overline{BS}+\overline{CR}+\overline{DQ}$ 的長是多少公尺？



(A) $\frac{3}{2}$　(B) 2　(C) $\frac{5}{2}$　(D) 3　【92 年第一次】

重點：相似形與比例線段

依相似三角形的性質，$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}$

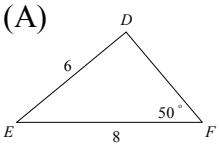
由此可知△ADQ ～△AEP

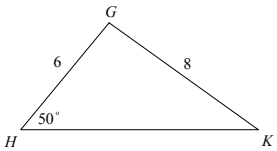
而邊長的比例為 $\frac{\overline{PE}}{\overline{DQ}}=\frac{4}{3}$，又已知 $\overline{PE}=2$ 公尺 $\Rightarrow$ $\overline{DQ}=1.5$ 公尺

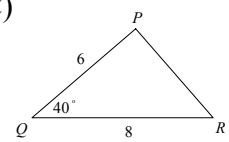
同理 $\frac{\overline{DQ}}{\overline{CR}}=\frac{3}{2}$ $\Rightarrow$ $\overline{CR}=1$ 公尺；同理 $\frac{\overline{CR}}{\overline{BS}}=\frac{2}{1}$ $\Rightarrow$ $\overline{BS}=0.5$ 公尺

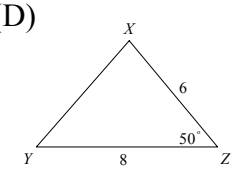
$\therefore$ $\overline{BS}+\overline{CR}+\overline{DQ}=0.5+1+1.5=3$　　答案選（D）

12. 已知△ABC 中，$\overline{AB}=4$，$\overline{AC}=3$，$\angle BAC=50^{\circ}$。請問下列四個三角形中，哪一個與△ABC 相似？【92 年第二次】

(A)


(B)


(C)


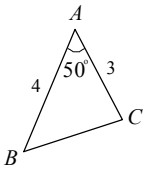
(D)


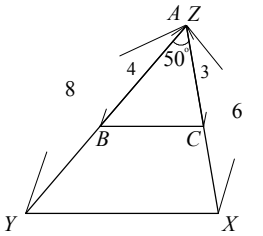
重點：相似三角形的 SAS 性質

因為此題不能「直接相符」，必須依條件「比對」

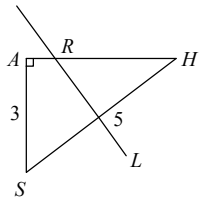
依題意，作△ABC，而其它條件未知。

如右圖△ABC 可放在△ZYX 之內　　答案選（D）





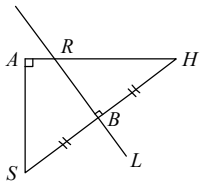
13. 如右圖，△ASH 為直角三角形，其中 $\angle A=90^{\circ}$，L 為 $\overline{SH}$ 的中垂線，交 $\overline{AH}$ 於 R 點。若 $\overline{AS}=3$，$\overline{SH}=5$，則 $\overline{RH}=$？【92 年第二次】



(A) 1.5　(B) 2　(C) $\frac{25}{8}$　(D) 2.5

重點：利用相似形求比例線段

如右圖：

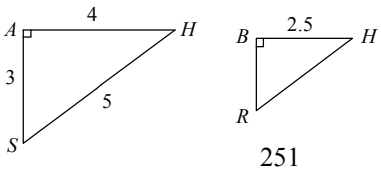


(1) 在△ASH 與△BRH 中

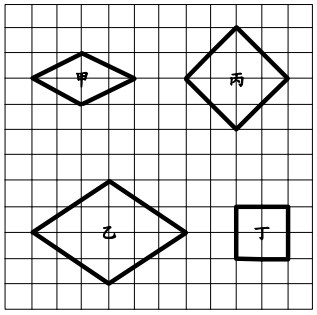
$\because \angle A=\angle B=90^{\circ}$，$\angle H=\angle H$。$\therefore$△$ASH$ ～△BRH（AA 相似）

(2) $\therefore$ $\overline{AH}:\overline{BH}=\overline{SH}:\overline{RH}$

$\Rightarrow$ $4:\frac{5}{2}=5:\overline{RH}$ $\Rightarrow$ $\overline{RH}=\frac{25}{8}$　　答案選（C）



14. 如右圖，四邊形甲、乙、丙、丁的四邊各自等長。請問下列哪一個敘述是正確的？【92 年第二次】



(A)甲與乙相似　　(B)甲與丙相似

(C)乙與丙相似　　(D)丙與丁相似

重點：相似形對應邊成比例

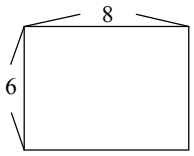
如果我們考慮邊長及內部「對角線」的細節，則用內部兩條對角線的長的比來比較，很快可判別甲、乙、丙之間不相似。

甲的兩條對角線比為 $4:2=2:1$ ； 乙的兩條對角線比為 $6:4=3:2$

丙的兩條對角線比為 $4:4=1:1$ ； 丁的兩條對角線比為 $2\sqrt{2}:2\sqrt{2}=1:1$

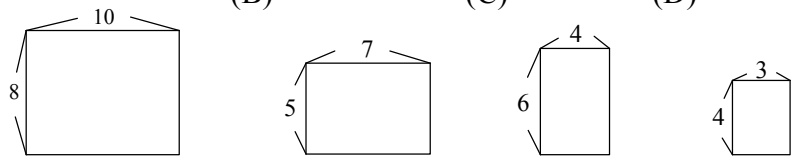
答案選（D）

15. 圖(三)是一個長為 8、寬為 6 的矩形。請問，下列哪一個選項中的矩形與這個矩形相似？【93 年第一次】



圖(三)

(A)　　(B)　　(C)　　(D)

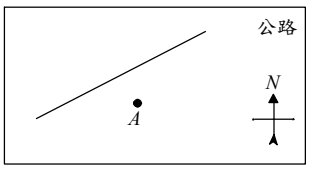


重點：相似形

（A） 8：10 ≠ 6：8　　（B） 8：7 ≠ 6：5

（C） 8：6 ≠ 6：4　　（D） 8：4 = 6：3　　答案選（D）

16. 如右圖，有 A 村與一條直線型的公路，今以 A 村為基準點，向北走 4 公里可到達公路。若由 A 村向東走 6 公里 ，再向北走 6 公里也可到達公路，則由 A 村向西走多少公里可到達公路？【93 年第一次】

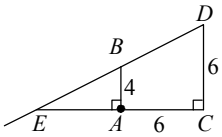


(A) 4　　(B) 6　　(C) 9　　(D) 12

重點：三角形的相似

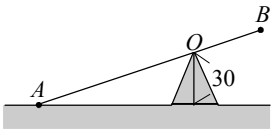
$\because \overline{AB} // \overline{CD}$ ，$\therefore \triangle EAB \sim \triangle ECD$

$\Rightarrow \dfrac{\overline{AE}}{\overline{EC}}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$ ，令 $\overline{AE}=x\ km$ $\Rightarrow \dfrac{x}{x+6}=\dfrac{4}{6}$ $\Rightarrow 6x=4x+24$ $\Rightarrow x=12$



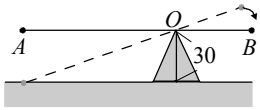
答案選（D）

17. 如右上圖，$\overline{AB}$ 為一個不等臂的蹺蹺板，O 為支點，距離地面 30 公分，A 點在地面上，且 $\overline{AO}$：$\overline{OB}=2$：1。今守守與不化蟲分別坐在 A、B 兩端，使得蹺蹺板成水平狀態，如右下圖所示。則兩圖中 B 點與地面的高度相差多少公分?



(A) 10　(B) 15　(C) 25　(D) 30　【93 年第二次】

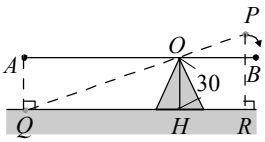
重點：三角形的相似



$\triangle PQR$ 中，$\overline{OH} // \overline{PR}$

$\therefore\ \overline{OH}:\overline{PR}=\overline{QO}:\overline{QP}=2:(2+1)=2:3$

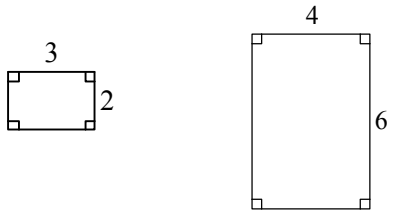
$\therefore 30:\overline{PR}=2:3 \Rightarrow \overline{PR}=45$



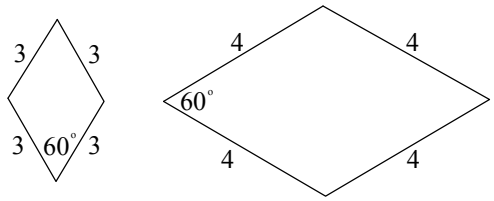
$\overline{BP}=\overline{PR}-\overline{BR}=45-30=15\,(cm)$　　答案選（B）

18. 下列哪一個選項中的兩個圖形不是相似形?【93 年第二次】

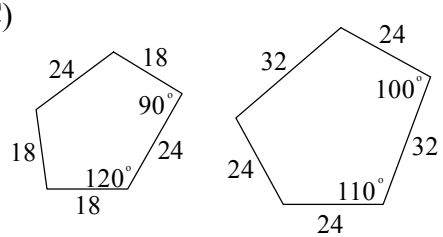
(A)



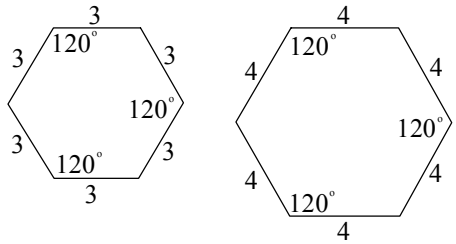
(B)



(C)



(D)

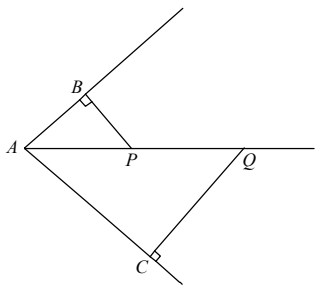


重點：多邊形的相似

（C）$\dfrac{18}{24}=\dfrac{18}{24}=\dfrac{24}{32}=\dfrac{18}{24}=\dfrac{24}{32}$（對應邊成比例），

但 120° ≠ 110°（對應角不相等），∴兩個圖形不相似。　　答案選（C）

19. 如圖，$\overline{AQ}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線，P 在 $\overline{AQ}$ 上，且 $\overline{PB}\perp\overline{AB}$、$\overline{QC}\perp\overline{AC}$。若 $\overline{PB}=3$、$\overline{QC}=9$、$\overline{AP}=5$，則 $\overline{PQ}=$？



(A) 7　(B) 10　(C) 12　(D) 15　【94 年第一次】

重點：三角形的相似形

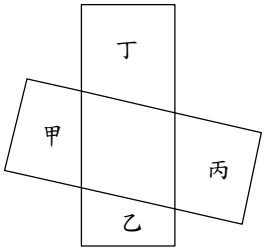
Θ　$\angle BAP=\angle CAQ$，$\angle ABP=\angle QCA=90°$

$\therefore\ \triangle ABP\sim\triangle ACQ$（$AA$ 相似性質）

$\therefore\ \overline{AQ}:\overline{AP}=\overline{CQ}:\overline{BP} \Rightarrow \overline{AQ}:5=9:3 \Rightarrow \overline{AQ}=15$

$\therefore\ \overline{PQ}=15-5=10$　　答案選（B）

20. 右圖是兩全等長方形玻璃板放置的情形，其中分成甲、乙、丙、丁四塊梯形及一塊平行四邊形。若甲、乙、丙、丁的面積比為 4：3：5：6，則此四梯形的關係，下列敘述何者正確？



(A)甲乙相似　(B)甲丙相似　(C)乙丁相似　(D)甲乙丙丁均不相似

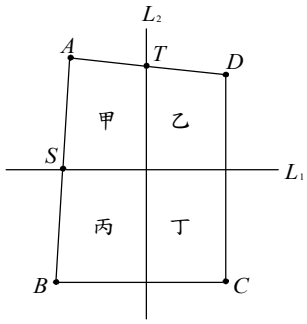
重點：梯形的相似形　　【94 年第一次基測】

∵甲、乙、丙、丁四塊面積不同，但都有一個相同長的「對應邊」

∴無須判別，甲、乙、丙、丁均不相似

答案選（D）

21. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為四邊不互相平行的四邊形，已知：



(1) S、T 分別為 $\overline{AB}$、$\overline{AD}$ 中點。(2) 直線 L_1 過 S 點與 $\overline{BC}$ 平行。

(3) 直線 L_2 過 T 點與 $\overline{CD}$ 平行。

若 L_1 及 L_2 將四邊形 $ABCD$ 分成 甲、乙、丙、丁四個四邊形，

則其中哪一個與四邊形 $ABCD$ 相似？　【94 年第二次】

(A) 甲　(B) 乙　(C) 丙　(D) 丁

重點：四邊形的相似

∵ $L_1 // \overline{BC} \Rightarrow \angle 1 = \angle B$，$\angle 3 = \angle C$ ， $L_2 // \overline{CD} \Rightarrow \angle 2 = \angle 3$，$\angle 4 = \angle D$

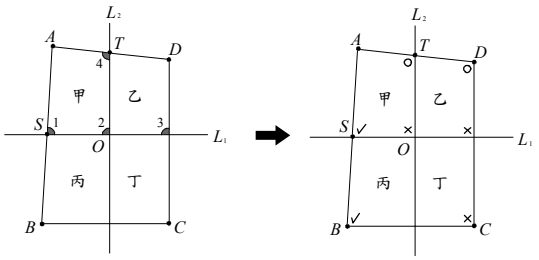
∴ $\angle 1 = \angle B$，$\angle 2 = \angle 3 = \angle C$，$\angle 4 = \angle D$，$\angle A = \angle A$

∵ T 為 $\overline{AD}$ 之中點且 $\overline{OT} // \overline{CD}$ ，$\overline{OT} : \overline{CD} = 1:2$ 。同理 $\overline{OS} : \overline{BC} = 1:2$ 。

∴ $\overline{AT} : \overline{AD} = \overline{AS} : \overline{AB} = \overline{OT} : \overline{CD} = \overline{OS} : \overline{BC} = 1:2$

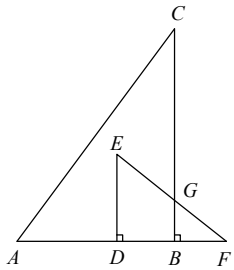
∴ 甲與四邊形 $ABCD$ 相似

答案選（A）



22. 如右圖，$\triangle ABC$、$\triangle DEF$ 皆為直角三角形，D、B 兩點在 $\overline{AF}$ 上，$\overline{BC}$ 與 $\overline{EF}$ 相交於 G 點。若 $\overline{AC}=25$，$\overline{EF}=15$，$\overline{BC}=20$，$\overline{DE}=9$，且 $\overline{DB}=\frac{2}{5}\overline{AB}$，則 $\overline{CG}=$？

(A) 14.5　(B) 15.5　(C) 16.5　(D) 17.5【94 年第二次】



重點：相似形、直角三角形與商高定理

$\because \triangle ABC$ 為直角三角形。

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{25^2-20^2}=15$，又 $\overline{DB}=\frac{2}{5}\times 15=6$。

同理 $\overline{DF}=\sqrt{15^2-9^2}=12$，

$\because \triangle DEF \sim \triangle BGE$ (AA 相似)，

$\therefore \overline{BF}=12-6=6$

$\because \triangle BGF \sim \triangle DEF$ (AA 相似)，

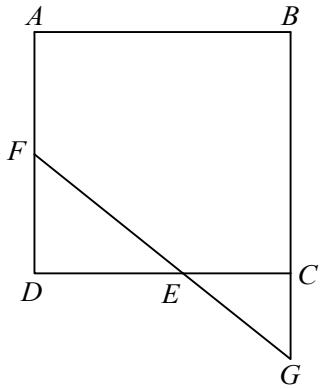
$\therefore \frac{\overline{BG}}{\overline{DE}}=\frac{\overline{BF}}{\overline{DF}} \Rightarrow \frac{\overline{BG}}{9}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2} \Rightarrow \overline{BG}=\frac{9}{2}=4.5$

$\therefore \overline{CG}=\overline{BC}-\overline{BG}=20-4.5=15.5$

答案選（B）

23. 如圖（十三），四邊形 $ABCD$ 是正方形，E、F 兩點分別在 $\overline{CD}$、$\overline{AD}$ 上，延長 $\overline{EF}$ 交直線 BC 於 G 點。若 $\overline{AB}=12$，$\overline{DE}=8$，$\overline{DF}=6$，則四邊形 $AFGB$ 面積為何？【94 年第二次】

(A) 126　(B) 132　(C) 140　(D) 144



圖（十三）

重點：相似形與面積

Θ $\angle ADE=\angle GCE=90^\circ$ 且 $\angle DEF=\angle GEC$

$\therefore$ $\triangle DEF \sim \triangle CEG$ (AA 相似)

$\therefore$ $\triangle DEF \sim \triangle CEG$ (AA 相似)

$\therefore$ $\overline{DF}:\overline{CG}=\overline{DE}:\overline{CE} \Rightarrow 6:\overline{CG}=8:(12-8)$

$\therefore$ $\overline{CG}=3$，又 $\overline{AF}=12-6=6$

$\therefore$ 四邊形 $AFGB$ 面積 $=\frac{(6+12+3)\times 12}{2}=126$

答案選（A）

24. 有甲、乙、丙、丁、戊五塊三角形紙板，已知各紙板其中的兩內角分別為甲：55°、80°，乙：55°、45°，丙：45°、80°，丁：55°、65°，戊：45°、55°。在甲、乙、丙、丁四塊紙板中，哪一塊與戊不相似？【95 年第一次】

（A）甲　　（B）乙　　（C）丙　　（D）丁

重點：AAA 相似三角形的應用（由小排到大，以便於比較）

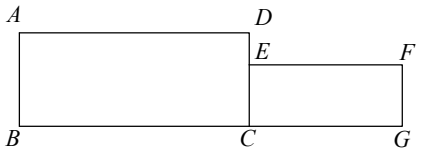
甲為 $45^{\circ}-55^{\circ}-80^{\circ}$ 三角形。 乙為 $45^{\circ}-55^{\circ}-80^{\circ}$ 三角形。

丙為 $45^{\circ}-55^{\circ}-80^{\circ}$ 三角形。 丁為 $55^{\circ}-60^{\circ}-65^{\circ}$ 三角形。

戊為 $45^{\circ}-55^{\circ}-80^{\circ}$ 三角形。　　答案選（D）

25. 如右圖的兩長方形 $ABCD$、$ECGF$ 為相似形，且 $\overline{AD}$ 的對應邊為 $\overline{EF}$。若 $\overline{AB}=6$，$\overline{FG}=4$，$\overline{BG}=25$，則兩長方形的面積和為何？【95 年第二次基測】

(A) 115　(B) 120　(C) 125　(D) 130

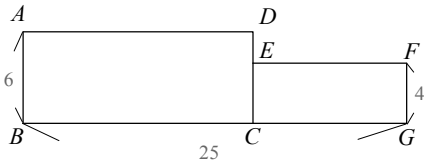


重點：相似形與比例問題

$\because$ $\overline{AB}=\overline{DC}$，$\overline{EC}=\overline{FG}$，$\therefore \overline{AB}:\overline{EC}=6:4=3:2$。

$\because$ 兩長方形為相似形，$\therefore \overline{BC}:\overline{CG}=3:2$。

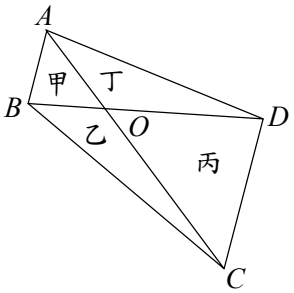
即 $\overline{BC}=25\times\frac{3}{5}=15$；$\overline{CG}=25\times\frac{2}{5}=10$



因此兩長方形的面積和 $=6\times15+4\times10=90+40=130$

答案選（D）

26. 如圖(十四)，不等長的兩對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 相交於 O 點，且將四邊形 $ABCD$ 分成甲、乙、丙、丁四個三角形。若 $\overline{OA}:\overline{OC}=\overline{OB}:\overline{OD}=1:2$，則此四個三角形的關係，下列敘述何者正確？【96 年第一次】



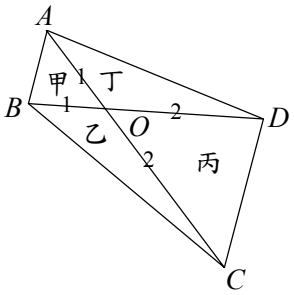
圖(十四)

(A) 甲丙相似，乙丁相似　　(B) 甲丙相似，乙丁不相似

(C) 甲丙不相似，乙丁相似　　(D) 甲丙不相似，乙丁不相似

重點：相似三角形之應用(對應邊成比例、三個角皆相等)

如右圖所示



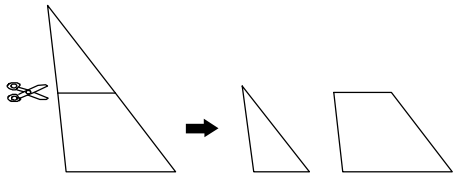
(1) $\angle AOB=\angle DOC$　　$\therefore \triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 皆為等腰三角形

$\therefore$ 兩底角皆相等　$\Rightarrow$　$\triangle AOB \sim \triangle DOC$　　即甲與丙相似

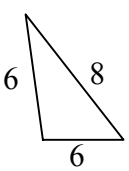
(2) $\angle AOD=\angle BOC$

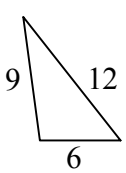
$\frac{\overline{OA}}{\overline{OC}}=\frac{1}{2}\neq\frac{2}{1}=\frac{\overline{OD}}{\overline{OB}}$　$\Rightarrow$　乙與丁不相似　　答案選（B）

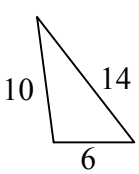
27. 如圖(十三)，將一個大三角形剪成一個小三角形及一個梯形。若梯形上、下底的長分別為 6、14，兩腰長為 12、16，則下列哪一選項中的數據表示此小三角形的三邊長？

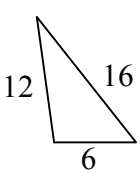


圖(十三)

(A)


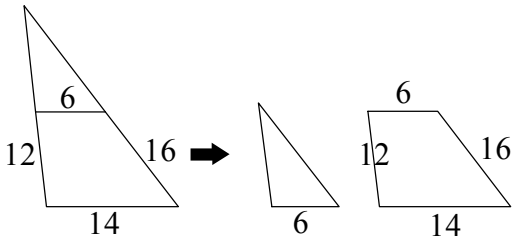
(B)


(C)


(D)


重點：相似三角形之應用

如右圖所示



選項(A)：$\frac{6}{6+12}=\frac{6}{18}\neq\frac{6}{14}$

選項(B)：$\frac{9}{9+12}=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}=\frac{6}{14}$

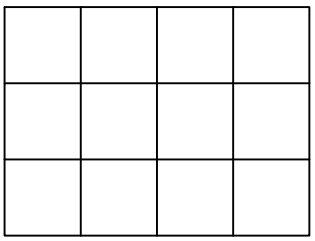
選項(C)：$\frac{10}{10+12}=\frac{10}{22}\neq\frac{6}{14}$

選項(D)：$\frac{12}{12+12}=\frac{12}{24}\neq\frac{6}{14}$

答案選（B）

28. 圖（十一）是由 12 張相同的正方形紙板緊密拼成的長方形。若用同樣的正方形紙板，緊密地拼成另一個圖形，則用完下列哪一數量的紙板，才能拼成與右圖相似的圖形？

（A）49　（B）84　（C）90　（D）108　【96 年第二次】



圖(十一)

重點：相似圖形的性質

相似圖形的性質：1. 邊長成比例　2. 角度不變

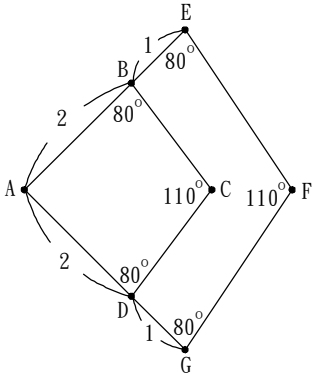
∵ 相似

∴ $12\times2^2=48$（張）

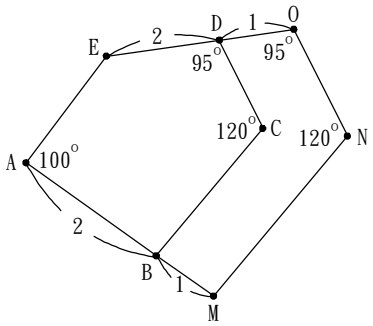
$12\times3^2=108$（張）

答案選（D）

29. 圖（十六）有兩個四邊形 $ABCD$ 與 $AEFG$，其中 B、D 分別在 $\overline{AE}$、$\overline{AG}$ 上。
圖（十七）有兩個五邊形 $ABCDE$ 與 $AMNOE$，其中 B、D 分別在 $\overline{AM}$、$\overline{EO}$ 上。



圖(十六)



圖(十七)

依據圖中的數據，比較上述的多邊形是否相似。下列判斷何者正確？【96 年第二次】

(A) 兩個四邊形相似，兩個五邊形相似

(B) 兩個四邊形相似，兩個五邊形不相似

(C) 兩個四邊形不相似，兩個五邊形相似

(D) 兩個四邊形不相似，兩個五邊形不相似

重點：相似圖形的性質

相似圖形的性質：1. 邊長成比例　2. 角度不變

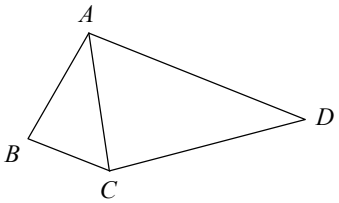
∵圖（十六）的每個邊長皆成等比例放大，且角度均不變　∴兩個四邊形相似

∵圖（十七）的 $\overline{AE}$ 沒有等比例放大　∴兩個五邊形不相似

答案選（B）

30. 如右圖，$\angle ABC=\angle ACD$，$\overline{AB}=9$，$\overline{BC}=6$，$\overline{AC}=10$，$\overline{CD}=15$，則 $\overline{AD}=$？

(A) $\dfrac{50}{3}$　　(B) $\dfrac{100}{3}$　　(C) $\dfrac{50}{9}$　　(D) $\dfrac{100}{9}$



重點：相似三角形 SSS 性質之應用

(1) ∵ $\overline{AB}:\overline{DC}=9:15=3:5$ 且 $\overline{BC}:\overline{CA}=6:10=3:5$

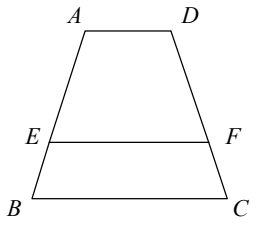
∴ $\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{CA}$，又已知 $\angle ABC=\angle ACD$，∴$\triangle ABC\sim\triangle DCA$

(2) ∵ $\triangle ABC\sim\triangle DCA$，∴ $\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{AC}:\overline{DA}$。

∴ $9:15=10:\overline{AD}$ $\Rightarrow$ $\overline{AD}=\dfrac{150}{9}=\dfrac{50}{3}$。

答案選（A）

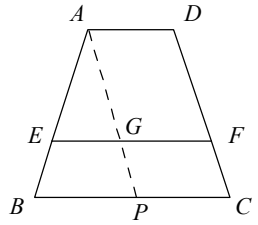
31. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為梯形，$\overline{AD} // \overline{BC}$ ，$\overline{EF} // \overline{BC}$ ，$\overline{AE} : \overline{EB} = 3:2$ ，$\overline{AD} = 3$ 公分，$\overline{BC} = 6$ 公分，求 $\overline{EF} =$ ？



(A) $\frac{12}{5}$ (B) $\frac{24}{5}$ (C) $\frac{12}{7}$ (D) $\frac{24}{7}$

重點：梯形 $\Rightarrow$ 分成平行四邊形，三角形相似

作 $\overline{AP} // \overline{CD}$ ，則 $APCD$ 、$GPCF$ 均為平行四邊形



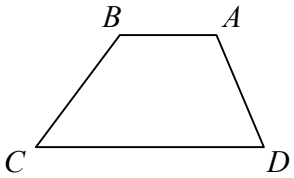
$\Rightarrow \overline{GF} = \overline{CP} = \overline{AD} = 3$ $\therefore \overline{BP} = \overline{BC} - \overline{CP} = 6 - 3 = 3$

在△ ABP 中 Q $\overline{EG} // \overline{BP}$ $\Rightarrow$ △ AEG ～△ ABP

$\therefore \overline{EG} : \overline{BP} = \overline{AE} : \overline{AB}$ $\Rightarrow \overline{EG} : 3 = 3:5$ $\Rightarrow \overline{EG} = \frac{9}{5}$

$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = \frac{9}{5} + 3 = \frac{24}{5}$ 答案選（B）

32. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AB} // \overline{CD}$ ，$\overline{AB} = 3$ ，$\overline{CD} = 9$ ，將兩腰 $\overline{AD}$ 、$\overline{BC}$ 延長相交於 E 點，若梯形 $ABCD$ 的高為 8 ，則△ EAB 中 $\overline{AB}$ 上的高是多少？

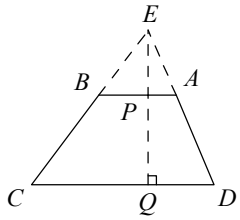


(A) 3 (B) 3.5 (C) 4.5 (D) 4

重點：利用相似形求解

如右圖，延長 $\overline{AD}$ 、$\overline{BC}$ ，使得 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 E

再作 $\overline{EQ} \perp \overline{CD}$ 於 Q ，且 $\overline{EQ}$ 交 $\overline{AB}$ 於 P



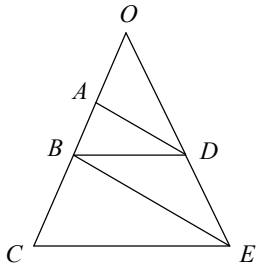
$\because \overline{AB} // \overline{CD}$ ， $\therefore$△ EBA ～△ ECD (AA 相似性質)

$\Rightarrow \overline{EP} : \overline{EQ} = \overline{AB} : \overline{DC}$

設 $\overline{EP} = x$ $\Rightarrow$ $\therefore x : (x+8) = 3:9 = 1:3$ $\Rightarrow$ $x = 4$ 答案選（D）

33. 如右圖，$\overline{AD} // \overline{BE}$ ，$\overline{BD} // \overline{CE}$ 且 $\overline{OD} : \overline{OE} = 3:5$ 。$\overline{OA} = 2$ 公分，則 $\overline{OC} =$ ？

(A) $\frac{10}{3}$ 公分(B) $\frac{5}{3}$ 公分(C) $\frac{100}{9}$ 公分(D) $\frac{50}{9}$ 公分



重點：平行線截比例線段

$$\begin{cases} \overline{AD} // \overline{BE} \\ \overline{BD} // \overline{CE} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{OA} : \overline{OB} = \overline{OD} : \overline{OE} \\ \overline{OB} : \overline{OC} = \overline{OD} : \overline{OE} \end{cases}$$

$\Rightarrow \overline{OA} : \overline{OB} = \overline{OB} : \overline{OC}$

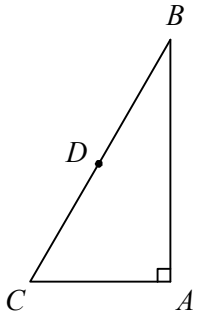
又 $\overline{OB} = \frac{10}{3}$ 公分且 $\overline{OA} = 2$ 公分 $\Rightarrow$ $\overline{OC} = \frac{10}{3} \times \frac{10}{3} \div 2 = \frac{50}{9}$

答案選（D）

34. 如右圖，$\triangle ABC$ 為直角三角形，已知：$\angle A=90^{\circ}$、$\overline{AB}>\overline{AC}$、$D$ 為 $\overline{BC}$ 的中點。

求作：在 $\overline{AB}$ 上取一點 E，使得 $\triangle BDE$ 與 $\triangle BCA$ 相似。

下列四個作法中，哪一個是錯誤的？



(A) 取 $\overline{AB}$ 中點 E，連 $\overline{DE}$

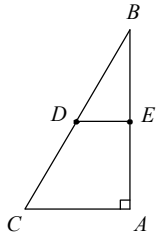
(B) 自 D 作直線平行 $\overline{AC}$ 交 $\overline{AB}$ 於點 E

(C) 作 $\angle C$ 之角平分線交 $\overline{AB}$ 於點 E，連 $\overline{DE}$

(D) 過 D 作一直線垂直 $\overline{BC}$，交 $\overline{AB}$ 於點 E

重點：相似形的作圖步驟與判別

選項(A)：此步驟可作出如右圖(一)之 $\triangle BDE\sim\triangle BCA$ (SAS 相似)



圖(一)

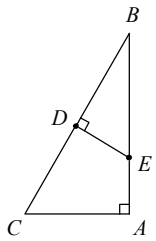
選項(B)：Q $\angle B=\angle B$，$\angle BDE=\angle BCA$，$\angle BED=\angle BAC$

$\therefore$ 此步驟可作出如圖(一)之 $\triangle BDE\sim\triangle BCA$ (AAA 相似)

選項(C)：無法作出 $\triangle BDE$ 與 $\triangle BCA$ 相似之可能

選項(D)：Q $\angle BDE=\angle BAC=90^{\circ}$，$\angle B=\angle B$，$\angle BED=\angle BCA$

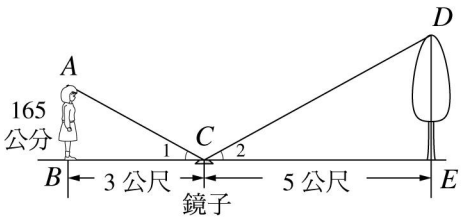
$\therefore$ 此步驟可作出如圖(二)之 $\triangle BDE\sim\triangle BCA$ (AAA 相似)



圖(二)

答案選（C）

35. 如圖，小雅想測得樹高，她先在樹的前面 5 公尺處平放一面鏡子，再由距離鏡子前 3 公尺處向鏡子看去，透過光的反射看到了樹梢，已知小雅身高 165 公分，則樹高為多少公尺？



(A)2.25　(B)2.55　(C)2.75　(D)2.85

重點：相似三角形之應用

∵反射的關係　∴∠1＝∠2 且∠B＝∠E＝90^{0}

⇒ △ABC～△DEC（AA 相似）

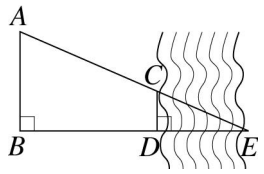
$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{DE}:\overline{CE}$

$\Rightarrow 1.65:3=\overline{DE}:5$

$\Rightarrow 3\overline{DE}=8.25$　　$\Rightarrow \overline{DE}=2.75$

答案選(C)

36. 如圖，美琪利用三角形的相似性質來測量河流的寬度，已知她測得$\overline{AB}=10$ m，$\overline{CD}=4$ m，$\overline{AC}=15.6$ m，則河寬$\overline{DE}=$？



(A)8.6 公尺　(B)9.2 公尺　(C)9.6 公尺　(D)10.8 公尺

重點：相似三角形之應用

$\because \angle ABE=\angle CDE=90^0$，$\angle E=\angle E$　　$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CDE$（AA 相似）

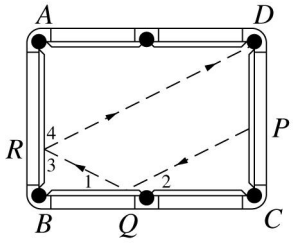
$\overline{CE}:\overline{AE}=\overline{CD}:\overline{AB}$　　$\Rightarrow x:x+15.6=4:10$

$\Rightarrow 10x=4x+62.4$　　$\Rightarrow 6x=62.4$　　$\Rightarrow x=10.4$

$\overline{DE}=\sqrt{(10.4)^2-4^2}=9.6$

答案選(C)

37. 一長方形 ABCD 的球檯，$\overline{AB}=14$，$\overline{AD}=20$，今將一小球從$\overline{CD}$上的一點 P 撞出，該小球在 Q 點反彈，再於 R 點反彈，最後撞到 D 點，如圖所示，其中虛線為其所行的路徑，且$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$。若已知$\overline{PC}=6$，$\overline{QC}=12$，試問$\overline{PQ}:\overline{QR}:\overline{RD}=$？



(A)3：2：5　(B)4：3：7　(C)2：1：3　(D)5：3：8

重點：相似三角形之應用

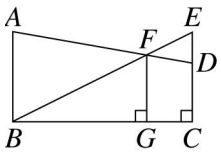
$\because \angle 1=\angle 2$，$\angle B=\angle C=90^0$　$\therefore \triangle RBQ \sim \triangle PCQ$（AA 相似）

$\overline{PC}:\overline{CQ}=\overline{RB}:\overline{BQ}$　$\Rightarrow$ 6：12＝$\overline{RB}$：8 $\Rightarrow \overline{RB}=4$

$\therefore \overline{PQ}:\overline{QR}:\overline{RD}=\sqrt{6^2+12^2}:\sqrt{8^2+4^2}:\sqrt{10^2+20^2}=3:2:5$

答案選(C)

38. 如圖，已知$\overline{AB}//\overline{FG}//\overline{EC}$，且$\overline{FG}\perp\overline{BC}$，若$\overline{AB}=12$，$\overline{CD}=8$，$\overline{DE}=4$，則$\overline{FG}=$？



(A) 6　(B) 7　(C) 8　(D) 9

重點：相似三角形

$\because \angle A=\angle EDF$，$\angle ABF=\angle FED$

$\therefore \triangle ABF \sim \triangle DEF$（AA 相似）

$\overline{BF}:\overline{FE}=\overline{AB}:\overline{ED}=12:4=3:1$

又$\because \angle FBG=\angle EBC$，$\angle FGB=\angle ECB=90^0$

$\therefore \triangle FBG \sim \triangle EBC$（AA 相似）

$\overline{BF}:\overline{BE}=\overline{FG}:\overline{EC}$　$\Rightarrow 3:4=\overline{FG}:12$　$\Rightarrow \overline{FG}=9$

答案選(D)