數列與級數

【數列】：

(1) 將一些(通常為有限個)數(可重複的)依序排成一列，稱為(有限)數列。

$\{a_1，a_2，a_3，a_4，\Lambda，a_{n-2}，a_{n-1}，a_n\}$

(2) 在一數列中，每一個數稱為項；稱第一個數為第一項或首項

(通常記為a_1)，第二個數為第二項(通常記為a_2)，Λ 。

當數列為有限項時，最後一個數為末項。

【範例】在數列{20，30，40，50，60，70}中，首項為 20，第二項為 30，

末項為 70。

【等差數列與級數】：

若有一數列$\{a_1，a_2，a_3，a_4，\Lambda，a_{n-2}，a_{n-1}，a_n\}$可以改寫為如下之表示式

$\{a_1，a_1+d，a_1+2d，a_1+3d，\Lambda，a_1+(n-3)d，a_1+(n-2)d，a_1+(n-1)d\}$

，則我們稱之為**等差數列**。

(1) 第n項公式：$a_n=a_1+(n-1)d$ 。

(2) 若a、b、c三數成等差數列，則b叫做a與c的**等差中項**或**算術中項**

$\Rightarrow\ b=\dfrac{a+c}{2}$ (或$a+c=2b$)。

等差級數：

(3) 若等差級數之項數為n，首項為a_1，公差為d，前n項的和為S_n，則:

(i) $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ …… 已知首項、項數、末項時使用。

(ii) $S_n=\dfrac{n\left[2a_1+(n-1)d\right]}{2}$ …… 已知首項、項數、公差時使用。

(4) 級數專用符號: $\sum$

【範例】要表示$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$的簡易式可用

如右之符號: $\sum_{i=1}^{10} i$ 。

即 $\sum_{i=1}^{10} i=1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=\dfrac{10\times(1+10)}{2}=55$

上面符號的i表示 $i=1$ 累加到 $i=10$ 。

※補充：(i) $1+2+3+\cdots+(n-1)+n=\dfrac{n(n-1)}{2}$

(ii) $1^2+2^2+3^2+\cdots+(n-1)^2+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(iii) $1^3+2^3+3^3+\cdots+(n-1)^3+n^3=[\dfrac{n(n-1)}{2}]^2$

【等比數列與級數】：

若有一數列$\{a_1，a_2，a_3，a_4，\Lambda，a_{n-2}，a_{n-1}，a_n\}$可以改寫為如下之表示式

$\{a_1，a_1r，a_1r^2，a_1r^3，\Lambda，a_1r^{n-3}，a_1r^{n-2}，a_1r^{n-1}\}$

，則我們稱之為**等差數列**。

(1) 第n項公式： $a_n=a_1r^{n-1}$ 。

(2) 若a、b、c三數成等比數列，則b叫做a與c的**等比中項**或**幾何中項**

$\Rightarrow$ $b^2=ac$ (或$b=\pm\sqrt{ac}$)。

等比級數：

(3) 若等比級數之項數為n，首項是a_1，公比是r，前n項的和為S_n，

(i) 當$r=1$時，$S_n=\underbrace{a_1+a_1+a_1+\Lambda+a_1}_{共n項}=na_1$；

(ii) 當$r\neq1$時，$S_n=\dfrac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ 或 $S_n=\dfrac{a_1(r^n-1)}{r-1}$

(4) 符號應用：我們可以用 $\sum_{i=1}^{n}a_1r^i$ 來表示 S_n 。

亦即 $S_n=\sum_{i=1}^{n}a_1r^{i-1}=a_1+a_2+\Lambda+a_nr^{n-1}=\dfrac{a_1\cdot(1-r^n)}{(1-r)}$

1. 一等差數列a_1，a_2，…，a_{100}，已知$a_{70}-a_{57}<0$，那麼下列哪一個選項是正確的？

(A) $a_{43}-a_{69}>0$　　(B) $a_{42}-a_{51}<0$　　【90 年第一次基測】

(C) $a_{18}+a_{51}>a_{21}+a_{48}$　　(D) $a_{12}+a_{31}>a_9+a_{34}$

重點：等差數列的分析

假設公差為d

$a_{70}-a_{57}<0 \quad \Rightarrow \quad d<0\ d<0$

即$a_n-a_m<0$ 如果$m<n$

（C）$\begin{cases} a_{18}+a_{51}=a_1+17d+a_1+50d=2a_1+67d \\ a_{21}+a_{48}=a_1+20d+a_1+47d=2a_1+67d \end{cases}$

（D）$\begin{cases} a_{12}+a_{31}=a_1+11d+a_1+30d=2a_1+41d \\ a_9+a_{34}=a_1+8d+a_1+33d=2a_1+41d \end{cases}$

答案選（A）

2. 下列哪一個選項中的數列是等差數列也是等比數列？　　【90 年第二次基測】

(A) $\frac{1}{2}$、1、2、4、6、8、10　　(B) 1、2、3、4、5、6、7、8

(C) 2、2、2、2、2、2、2、2　　(D) 0、1、0、1、0、1、0、1

重點：等差、等比數列的定義

(A) 整體而言，不是等差數列也不是等比數列。

(B) 1、2、3、4、Λ，符合等差數列，卻不符合等比數列。

(C) 公差為0，公比為1的「不變數列」。

(D) 跳動規則的數列，不是等差數列，也不是等比數列。

答案選（C）

3. 用等長的吸管依次向右排出相連的三角形，如附圖。請問排第十個圖形需要幾根吸管？

(A) 19　　(B) 21　　(C) 23　　(D) 30

第一個　第二個　第三個

重點：數形規則計算 【90 年第二次基測】

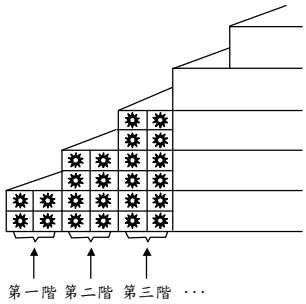
三角形數	1	2	3	4		10
吸管數	3	$3+2$	$(3+2)+2$	$(3+2+2)+2$	Λ	$3+2\times 9=21$

答案選（B）

4. 如附圖，有一樓梯，每一階的長度、寬度與增加的高度都相等。有一工人在此樓梯的一側貼上大小相同的正方形磁磚，第一階貼了 4 塊磁磚，第二階貼了 8 塊磁磚，Λ，依此規則貼了 112 塊磁磚後，剛好貼完此樓梯的一側。

請問此樓梯總共有多少階？【91 年第一次基測】

(A) 5　　(B) 6　　(C) 7　　(D) 8



重點：數形規則與等比級數

首項為4，公差為4，假設有 n 階

$$\frac{[4+4+(n-1)\times 4]\times n}{2}=112$$

$$\Rightarrow [8+4n-4]\times n=224 \Rightarrow 4n^2+4n-224=0$$

$$\Rightarrow n^2+n-56=0 \Rightarrow (n-7)(n+8)=0$$

$$\Rightarrow n=7 \text{ 或 } -8\,(\text{不合})$$

答案選（C）

5. 某公司每天晚上必須派保全人員留守，附表是甲、乙、丙、丁、戊五位保全人員的留守值班表。該公司排班的規則如下：

1. 按甲、乙、丙、丁、戊的順序，各排一天班。
2. 五人排完之後再以原順序排班。

週次＼星期	一	二	三	四	五	六	日
第1週	甲	乙	丙	丁	戊	甲	乙
第2週	丙	丁	戊	甲	乙	丙	丁
…	…	…	…	…	…	…	…

請問『丙』先生在下列週次中的哪一週必須留守兩次？

(A)第 38 週　(B)第 39 週　(C)第 40 週　(D)第 41 週

重點：數的推理　　【91 年第一次基測】

$[5，7]=35$，已分析出一個完整的循環是5週，我們只須列清楚前5週即可。

（A）$38=5\times 7+3 \Rightarrow$ 意思相同第3週

（B）$39=5\times 7+4 \Rightarrow$ 意思相同第4週

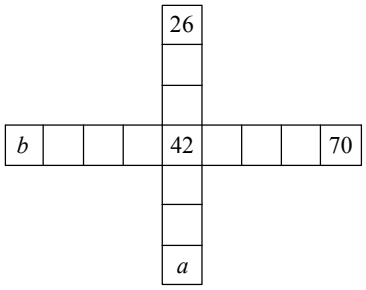
（C）$40=5\times 7+5 \Rightarrow$ 意思相同第5週

（D）$41=5\times 8+1 \Rightarrow$ 意思相同第1週

答案選（B）

週次＼星期	一	二	三	四	五	六	日
第1週	甲	乙	丙	丁	戊	甲	乙
第2週	丙	丁	戊	甲	乙	丙	丁
第3週	戊	甲	乙	丙	丁	戊	甲
第4週	乙	丙	丁	戊	甲	乙	丙
第5週	丁	戊	甲	乙	丙	丁	戊
第6週	甲	乙	丙	丁	戊	甲	乙
第7週	丙	丁	戊	甲	乙	丙	丁

6. 如附圖，橫列有 9 個方格，直列有 7 個方格。若將每個方格內都填入一個數字，使得橫列方格內的數字由左到右成等差數列，直列方格內的數字由上到下也成等差數列。已知共同方格內的數字是 42，求 $a-b=$？【91 年第二次基測】



(A) 44　　(B) 42　　(C) 40　　(D) 38

重點：等差數列

直列：$26+a=42\times 2 \Rightarrow a=58$。

橫列：$b+70=42\times 2 \Rightarrow b=14$

$\Rightarrow a-b=58-14=44$。

答案選（A）。

7. 小玉拿了一堆棋子玩排列遊戲。

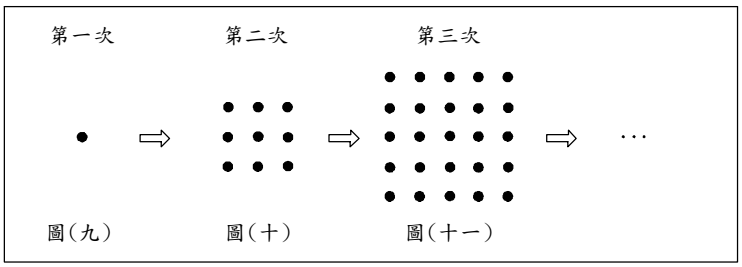
第一次：放 1 顆棋子，如圖(九)；

第二次：放 9 顆棋子，排出一個正方形，如圖(十)；

第三次：放 25 顆棋子，排出一個正方形，如圖(十一)；

依此規則，每一次排出的正方形，其每邊的棋子數都要比前一次多 2 顆。

請問第十次比第九次多放了幾顆棋子？



(A) 10^2-9^2　　(B) 11^2-9^2　　(C) 19^2-17^2　　(D) 21^2-19^2　　【91 年第二次基測】

重點：等差數列數形規則

第一次放 1^2 顆棋子，第二次放 $(2\times 2-1)^2$ 顆棋子，第三次放 $(2\times 3-1)^2$ 顆棋子

……第 n 次放 $(2\times n-1)^2$ 顆棋子。

$\therefore$ 第 10 次比第 9 次多放 $(2\times 10-1)^2-(2\times 9-1)^2=19^2-17^2$ 顆棋子。

答案選（C）

8. 下列四個數列中，哪一個是等比數列？ 【92 年第一次基測】

(A) 1^2，2^2，3^2，4^2，5^2 (B) 2^1，2^2，2^3，2^4，2^5

(C) 3，6，9，12，15 (D) 1，3，5，7，9

重點：等差、等比數列的定義

(A) 1^2，2^2，3^2，4^2，5^2 $\Rightarrow$ 1，4，9，16，25 非等差、等比數列

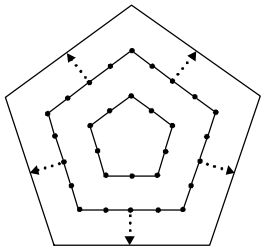
(B) 2^1，2^2，2^3，2^4，2^5 $\Rightarrow$ 公比為 2 的等比數列

(C) 3，6，9，12，15 $\Rightarrow$ 公差為 3 的等差數列

(D) 1，3，5，7，9 $\Rightarrow$ 公差為 2 的等差數列

答案選（B）

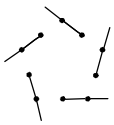
9. 如附圖，有若干位學生排出正五邊形的隊形，由內而外共排了 6 圈，且學生人數剛好排完。已知最內圈每邊 3 人，往外每圈每邊增加 2 人(即由內向外算起第 2 圈每邊 5 人，第 3 圈每邊 7 人，∧)。請問此隊形的學生共有多少人？



(A) 210 (B) 240 (C) 285 (D) 630

重點：數形規則計算 【92 年第二次基測】

最內圈每邊有 3 人，但是計算時以每邊 2 人算，才有一個完美的循環，如附圖(一)。同理，每邊 5 人，計算時以每邊 4 人算，如附圖(二)。



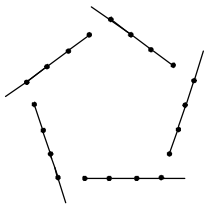
附圖(一)

故 6 圈的算法如下：

圈	1	2	3	4	5	6
每邊人數	3	5	7	9	11	13
算法	2×5	4×5	6×5	8×5	10×5	12×5

$\therefore$總人數$=(2+4+6+8+10+12)\times5=42\times5=210$ (人)

答案選（A）



附圖(二)

10. 數列 a，b，c 為等差數列，公差為 3。若數列 $a+5$，$b+10$，$c+15$ 也為等差數列，則公差為何？ 【92 年第二次基測】

(A) 3 (B) 5 (C) 8 (D) 15

重點：等差數列

a，b，c 為等差數列且公差為 3 $\Rightarrow$ $b=a+3$，$c=a+6$

$\therefore a+5$，$b+10$，$c+15 \Rightarrow a+5$，$a+13$，$a+21$。 $\therefore$公差為8。

答案選（C）

11. 從 -41、-16、25、66 四個數中刪掉一個數，剩下的三個數由小而大，依序排列為一等差數列。請問刪掉的是哪一個數？ 【93 年第一次基測】

(A) -41　(B) -16　(C) 25　(D) 66

重點：等差數列

$66-25=25-(-16)=41\neq(-16)-(-41)=35$。 刪掉 -41。

答案選（A）

如圖（一），地板上有一圓，其圓周上有一點 A。今在沒有滑動的情況下，將此圓向右滾動。已知當 A 接觸到地板時，會在地板上留下一個印子，如圖（二）所示，且此圓滾動的方式是：

第 1 分鐘轉 1 圈

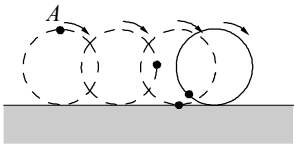
第 2 分鐘轉 2 圈

第 3 分鐘轉 4 圈

⋮

依此規則(即每一分鐘轉的圈數都是前一分鐘的兩倍)，愈轉愈快。

圖(一)



圖(二)

12. 請問，轉了 10 分鐘之後，地板上留下的印子共有幾個？ 【93 年第一次基測】

(A) 10　(B) 55　(C) 500　(D) 1023

重點：等比級數求和

$$1+2+4+\Lambda+2^9=\frac{1\times(2^{10}-1)}{2-1}=1024-1=1023\text{（個）}$$

答案選（D）

13. 若數列 a、b、c 為等差數列，公差為 2，則下列敘述何者錯誤? 【93 年第二次基測】

(A) 數列 $a+5$、$b+5$、$c+5$ 也是等差數列。　(B) 數列 $5a$、$5b$、$5c$ 也是等差數列。

(C) 數列 $a-1$、$b-1$、$c-1$ 也是等差數列。　(D) 數列 a^2、b^2、c^2 也是等差數列。

重點：等差數列

(D) 若取 $a=b-2$，$c=b+2$ $\Rightarrow$ $b-2$，b，$b+2$ 成等差數列，

但 $(b-2)^2=b^2-4b+4$，b^2，$(b+2)^2=b^2+4b+4$ 不成等差數列

答案選（D）

14. 求等差級數 $4+7+10+\Lambda+100$ 的和為何? 【93 年第二次基測】

(A) 1568　(B) 1664　(C) 1716　(D) 1768

重點：等差級數求和

$\frac{100-4}{3}+1=\frac{96}{3}+1=32+1=33$（個），

$\frac{(4+100)\times 33}{2}=\frac{104\times 33}{2}=52\times 33=1716$。

答案選（C）

15. 圖(一)的正方形內有 9 個數字，數字的總和為 y，求圖(二)中五個正方形內所有數字的總和為何？(以 y 表示）　【94 年第一次基測】

(A) $5y$　(B) $5y+9$　(C) $5(y+9)$　(D) $5y+18$

3	7	11
15	19	23
27	31	35

圖(一)

重點：數形規則

$1+5 = 2+4 = 2\times 3$

$5+9 = 6+8 = 2\times 7$

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$

$33+37 = 34+36 = 2\times 35$

1	5	9
13	17	21
25	29	33

2	6	10
14	18	22
26	30	34

3	7	11
15	19	23
27	31	35

4	8	12
16	20	24
28	32	36

5	9	13
17	21	25
29	33	37

圖(二)

$\therefore$ 五個正方形內所有數字的總和 $=2y+2y+y=5y$

答案選（A）

16. 某客運公司每天早上 5：30 發第一班車，已知早上 7：00～9：00 時段每 5 分鐘發一班車，其他時段每 15 分鐘發一班車。請問早上 7：34～9：34 該公司共發了幾班車？

(A) 16　(B) 18　(C) 20　(D) 24　【94 年第一次基測】

重點：數形規則(時間)

7：35～9：00 共發出 $(60-35+60)\div 5+1=18$（班），

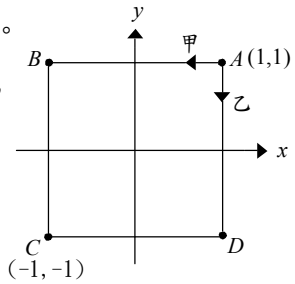
9：00～9：34 有 9：15 與 9：30，共 2 班

$\therefore$ $18+2=20$（班）　答案選（C）

※ 請閱讀下列的敘述後，回答第 18 題和第 19 題

如右圖，坐標平面有一正方形 $ABCD$，A、C 的坐標分別為(1,1)、(-1,-1)。已知甲、乙兩人在 A 點第 1 次相遇後，甲自 A 點方向以每秒 a 公尺的速率，沿著正方形的邊以逆時針方向等速行走；乙自 A 點以每秒 b 公尺的速率，沿著正方形的邊以順時針方向等速行走。

【95 年第二次基測】



17. 若 $a=7b$，則甲、乙第 2 次相遇在何處？

(A) $(1,0)$　(B) $(0,1)$　(C) $(0,1)$　(D) $(-1,1)$

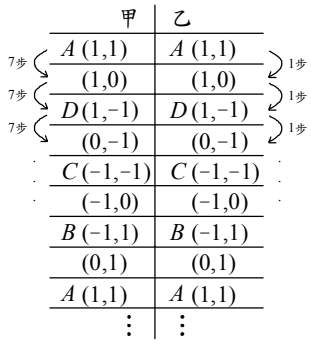
重點：平面直角座標綜合性質與推理

甲走 7 步，乙走 1 步，以 A 點為出發點，走一次要 8 步。

甲走 7 步到達 $(1,0)$，乙走 1 步到達 $(1,0)$

因此甲、乙第 2 次相遇在 $(1,0)$

答案選（A）



18. 若 $a\neq 7b$，且甲、乙第 2 次相遇在 D 點，則此兩人第 91 次相遇在何處？

(A) A 點　(B) B 點　(C) C 點　(D) D 點

重點：平面直角座標綜合性質與推理

∵甲、乙第 1 次相遇在 A 點且甲、乙第 2 次相遇在 D 點。

∴可推得甲、乙的速率比為 $3:1$

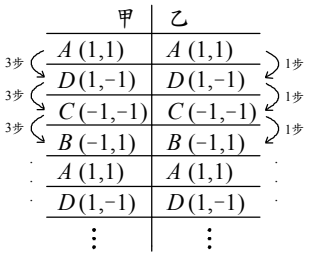
⇒ 甲、乙第 3 次相遇在 C 點　⇒ 甲、乙第 4 次相遇在 B 點

⇒ 甲、乙第 5 次相遇在 A 點　⇒ 甲、乙第 6 次相遇在 D 點

⇒ $91\div 4=22$K 3 ，

因此可知兩人第 91 次相遇在何處 C 點。

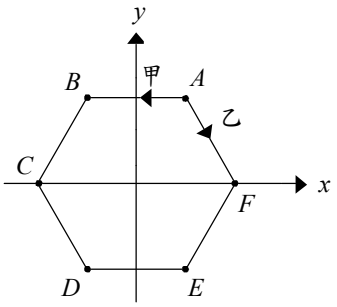
答案選（C）



※ 請閱讀下列的敘述後，回答第 19 題和第 20 題

如附圖，坐標平面有一正六邊形 $ABCDEF$。已知甲、乙兩人在 A 點第 1 次相遇後，甲自 A 點方向以每秒 a 公尺的速率，沿著正六邊形的邊以逆時針方向等速行走；乙自 A 點以每秒 b 公尺的速率，沿著正方形的邊以順時針方向等速行走。

【模擬 95 年第二次基測】



19. 若 $a=3b$，則甲、乙第 3 次相遇在哪一點？

(A) A　(B) B　(C) D　(D) E

重點：平面直角座標綜合性質與推理

甲走 3 步，乙走 1 步，以 A 點為出發點，走一次要 4 步

甲走 9 步到達 D，乙走 3 步到達 D，因此甲、乙第 2 次相遇在 D。

甲再走 9 步到達 A，乙再走 3 步到達 A，此甲、乙第 3 次相遇在 A。

答案選（A）

甲	乙	
D	F	
A	E	
D	D	✓
A	C	
D	B	
A	A	✓
D	F	
A	E	
D	D	✓
⋮	⋮	

20. 若 $a\neq 3b$，且甲、乙第 2 次相遇在 F 點，則此兩人第 88 次相遇在何處？

(A) A 點　(B) B 點　(C) C 點　(D) D 點

重點：平面直角座標綜合性質與推理

$\because$ 甲、乙第 1 次相遇在 A 點且甲、乙第 2 次相遇在 F 點

$\therefore$ 可推得甲、乙的速率比為 $5:1$

$\Rightarrow$ 甲、乙第 3 次相遇在 E 點

$\Rightarrow$ 甲、乙第 4 次相遇在 D 點

$\Rightarrow$ 甲、乙第 5 次相遇在 C 點

$\Rightarrow$ 甲、乙第 6 次相遇在 B 點

$\Rightarrow$ 甲、乙第 7 次相遇在 A 點

$\Rightarrow$ 甲、乙第 8 次相遇在 F 點

M　M　M

$\Rightarrow$ $88\div 6=14$ K 4，因此可知兩人第 88 次相遇在何處 D 點

(如右表，甲與乙的速率比也可為 $11:1$、$17:1$、Λ 等)

答案選（D）

甲	乙	
A	A	5步 / 1步
F	F	5步 / 1步
E	E	5步 / 1步
D	D	
C	C	
B	B	
A	A	
F	F	
E	E	
⋮	⋮	

甲	乙	
A	A	11步 / 1步
F	F	11步 / 1步
E	E	11步 / 1步
D	D	
C	C	
B	B	
A	A	
F	F	
E	E	
⋮	⋮	

21. 將$\frac{19}{27}$化成小數，則小數點後第 122 位數為何？ 【96 年第一次基測】

(A) 0 (B) 3 (C) 7 (D) 9

重點：數形規則的應用

$\frac{19}{27}=0.\overline{703}$

$\Theta\ 122\div 3=40\Lambda\ 2$ $\therefore$ 小數點後第 122 位數為 0

答案選（A）

22. 有200個氣球，由左而右依紅、黃、藍、綠的順序排列，求第198號的氣球是什麼顏色？

(A) 紅色 (B) 黃色 (C) 藍色 (D) 綠色

重點：等差數列的應用

$\because$ $198\div 4=49K\ 2$ ， $\therefore$ 第 198 號的氣球是黃色。 答案選（B）

23. 八個人依「甲乙丙丁戊己庚辛」的順序橫坐一列。甲說：「我今年10歲」，辛說：「我今年52歲」，乙、丙、丁、戊、己、庚六個人皆異口同聲的說：「坐在我左右的兩個人年齡加起來為我的年齡的兩倍」。則乙、丙、丁、戊、己此五人年齡的總和為多少歲？

(A) 138 (B) 140 (C) 142 (D) 144

重點：等差數列與級數

$a_8=a_1+(n-1)\times d\Rightarrow 52=10+7d\Rightarrow d=6$ ， $a_7=a_1+(7-1)\times d=10+6\times 6=46$

$S_8=\frac{10+52}{2}\times 8=64\times 4=248$(歲)，其五人之年齡總和為$248-10-52-46=140$(歲)

答案選（B）

24. <u>小慧</u>以標有奇、偶數的棋子排出下列重複的棋子字串：

奇偶奇偶偶奇奇奇偶奇偶偶奇奇奇偶$\Lambda\Lambda$ 。依此類推下列各敘述何者正確？

(A)第764個為偶數 (B)第300個為偶數 (C)第258個為奇數 (D)第100個為奇數

重點：等差數列的應用

第764個應為奇數: $764\div 7=109K\ 1$。 第300個應為奇數: $300\div 7=42K\ 6$。

第258個應為奇數: $258\div 7=36K\ 6$。 第100個應為偶數: $100\div 7=14K\ 2$

答案選（C）

25. 一數列級數$1+2-3+4+5-6+7+8-9+\Lambda$ ，依此規則繼續下去至第100項為止，其總和為何？

(A) 1436　　(B) 1536　　(C) 1584　　(D) 1684

重點：等差數列與數形規則

將此級數每三個為一組，而每一組的總和依序排列為{0，3，6，9，Λ ，96}

最後還有一個100沒有分到組。

因此可知此數列級數之總和為，

$$0+3+6+\Lambda+93+96+100=\frac{0+96}{2}\times 33+100=48\times 33+100=1684$$

答案選（D）

26. 小英為了買一個售價300元的玩具，第一天從7月1日起存100元，第二天以後每2天存15元，試問小英最快在幾月幾日可買到這個玩具？

(A) 7 月 27 日　　(B) 7 月 28 日　　(C) 7 月 29 日　　(D) 7 月 30 日

重點：等差數列的應用

$(300-100)\div 15=13\text{K}\ 5$，

由題意可知 $\underbrace{\overset{7/2}{1}, \overset{7/4}{4}, \overset{7/6}{4}, \overset{7/8}{4}, \overset{7/10}{4}, \overset{7/12}{4}, \overset{7/14}{4}, \overset{7/16}{4}, \overset{7/18}{4}, \overset{7/20}{4}, \overset{7/22}{4}, \overset{7/24}{4}, \overset{7/26}{4}}_{\text{共13次}}$ 兩天兩天一組。

因此可推得小英最快可以在 7/28 買到這個玩具 。

答案選（B）

27. 觀察$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{5}{6}$，□，……的規律，□應填入哪一個數？

(A) $\frac{7}{6}$　　(B) $\frac{6}{7}$　　(C) $\frac{7}{8}$　　(D) $\frac{8}{7}$

重點：等差數列的應用

由題目觀察可得知分子的數字規律為$2n-1$，而分母的數字規律為$2n$。

因此可以推得□應該填入$\frac{7}{8}$

答案選（C）

28. 已知一等比級數，首項為 4，公比為 2，和為 1020，求此級數之項數？

(A) 7　　(B) 8　　(C) 9　　(D) 10

重點：等比級數的應用

$$1020=\frac{4\times(1-2^n)}{1-2}\Rightarrow 1020=4\times(2^n-1)\Rightarrow 255=2^n-1\ \Rightarrow 256=2^n\Rightarrow n=8$$

答案選（B）

29. 計算1到1000，所有5的倍數和為何？

(A) 201000　　(B) 250500　　(C) 500500　　(D) 100500

重點：等差級數的應用

$$5+10+\Lambda\ +995+1000=\frac{200\times(5+1000)}{2}=100\times1005=100500$$

答案選（D）

30. 若 $A=0.12345678910111213\ldots\ldots99100101\ldots\ldots$ 則 A 的小數第200位是哪一個數字？

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

重點：等差數列的應用

從0到99所會用掉的數字位數為 $9+90\times2=189\ \Rightarrow \underset{190}{1}\ \underset{191}{0}\ \underset{192}{0}\ \underset{193}{1}\ \underset{194}{0}\ \underset{195}{1}\ \underset{196}{1}\ \underset{197}{0}\ \underset{198}{2}\ \underset{199}{1}\ \underset{200}{0}\ \underset{201}{3}$

由此可推出 A 的小數第 200 位是 0

答案選（A）

31. 已知某一種細菌每經過一天，個數繁殖為原來的兩倍。今有此細菌一個，請問經過多少天後，細菌個數會超過1000個？

(A) 8　　(B) 9　　(C) 10　　(D) 11　　天

重點：等比級數的應用

$\because \dfrac{1\times(2^n-1)}{2-1}>1000$ 。$\therefore 2^n-1>1000$，$2^n>1001\Rightarrow n=10$ （n 為整數）

所以可知，經過 10 天後，細菌個數會超過 1000 個

答案選（C）

32. 有一球每次落地後反彈高度為落地前高度的$\frac{2}{3}$，此球自30公尺高的高度落下，至第2次著地後到最高點時，所經過的總路程是多少公尺？

(A) $126\frac{2}{3}$　(B) $83\frac{1}{3}$　(C) $96\frac{2}{3}$　(D) $63\frac{1}{3}$　公尺

重點：等比級數的應用

$$30+2\times30\times\frac{2}{3}+30\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)=30+40+\frac{40}{3}=83\frac{1}{3}$$

答案選（B）

33. 觀察100、$100\times\frac{1}{3}$、$100\times\frac{1}{9}$、……的規律，則第幾個數會開始小於1？

(A) 6　(B) 7　(C) 8　(D) 9

重點：等比數列的應用

此數列的一般式可表為 $a_n=100\times\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$，

則 $100\times\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}<1\Rightarrow\left(\frac{1}{3}\right)^{n}\div\frac{1}{3}<\frac{1}{100}$

$\Rightarrow\left(\frac{1}{3}\right)^{n}<\frac{1}{300}\Rightarrow3^n>300\Rightarrow3^5<300<3^6$

因此可推得 第六個數會開始小於1。

答案選（A）

34. <u>時代廣場</u>表演廣場共有25排坐位，依次每一排比前一排多3個坐位，已知最後一排有100個坐位，那麼<u>時代廣場</u>表演廣場共有多少個坐位？

(A) 1300　(B) 1400　(C) 1500　(D) 1600

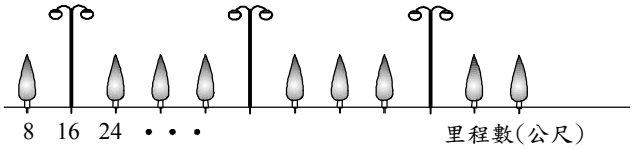
重點：等差級數的應用

$a_{25}=100$，$d=3$。$a_{25}=a_1+(25-1)\times d\Rightarrow100=a_1+24\times3\Rightarrow a_1=100-72=28$

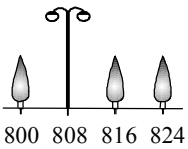
$$S_{25}=\frac{25\times[28+100]}{2}=25\times128=1600$$

答案選（D）

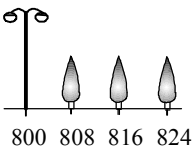
35. 在某條公路上，從里程數 8 公尺開始到 4000 公尺為止，每隔 8 公尺將樹與燈按附圖中所示之規則設立：在里程數 8 公尺處種一棵樹，在 16 公尺處立一盞燈，在 24 公尺處種一棵樹Λ ，且每兩盞燈之間的距離均相等。依此規則，下列哪一個選項是里程數 800 公尺～824 公尺之間，樹與燈的正確排列順序？



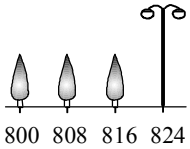
(A)



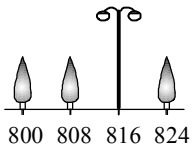
(B)



(C)

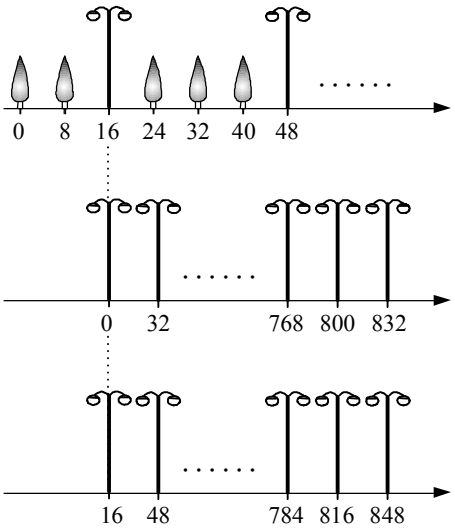


(D)



重點：等差數列與數形規則

依題意：



故原意是從里程數 0 公里開始，每隔 32 公尺立燈，其餘每隔 8 公尺立樹。

若在 16 處改為 0 且放路燈，則規則便很清楚，如左圖。

再改回原題目意思，即可馬上判斷答案為何。

答案選（D）

36. 甲順著數1，2，3，4，Λ ，乙同時以同速度倒著數x，$x-2$，$x-4$，Λ ，當甲數到52時，乙數到72，則$x=$？

(A) 99　　(B) 123　　(C) 174　　(D) 176

重點：等差數列的應用

$72=x-(52-1)\times 2 \quad\Rightarrow\quad 72=x-102 \quad\Rightarrow\quad x=174$

答案選（C）

37. 10個連續整數中，將其中3的倍數相加，其和為99；將其中2的倍數相加，其和為170。則10個整數中最小的數是多少？

(A) 29　　(B) 30　　(C) 31　　(D) 32

重點：等差級數的應用

可能情況(1): $3n,3n+1,3n+2,3n+3,3n+4,3n+5,3n+6,3n+7,3n+8,3n+9$

$$3n+3n+3+3n+6+3n+9=99 \quad \Rightarrow \quad n=\frac{81}{12}\notin N \text{ (不合)}$$

可能情況(2): $3n-1,3n,3n+1,3n+2,3n+3,3n+4,3n+5,3n+6,3n+7,3n+8$

$$3n+3n+3+3n+6=99 \quad \Rightarrow \quad n=10$$

$\Rightarrow$ 若此10個連續整數為29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38

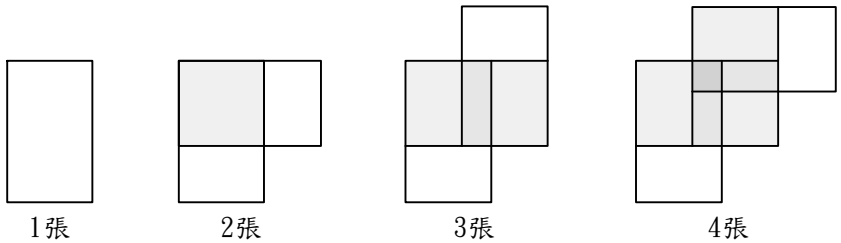
且 $30+32+34+36+38=170$

故可得知 10 個整數中最小的數為29

答案選（A）

38. 淳淳將長 30 公分、寬 20 公分的長方形紙張，依下圖的方式疊在桌上，則：疊完 12 張後，所覆蓋的面積為多少平方公分？

(A) 2400 平方公分　(B) 2600 平方公分　(C) 2800 平方公分　(D) 3000 平方公分



重點：等差數列的應用

30×20＝600(平方公分)

每次增加(30－20)×20＝200(平方公分)

故 600＋(12－1)×200＝600＋2200＝2800(平方公分)　　答案選（C）

39. 承上題，請問疊多少張才能使覆蓋面積為 4800 平方公分？

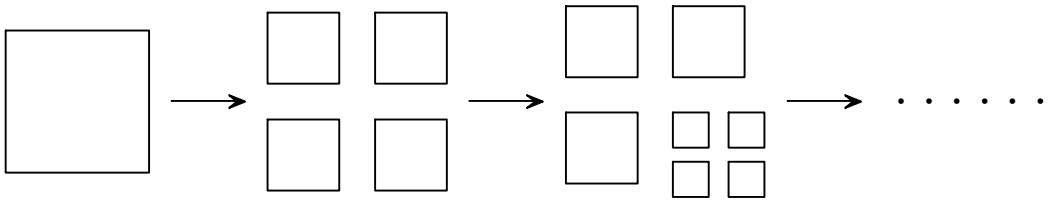
(A) 21 張　(B) 22 張　(C) 23 張　(D) 24 張

設需 n 張

600＋(n－1)×200＝4800　⇒n－1＝21　⇒ n＝22

答案選（B）

40. 如下圖，將一正方形的紙剪成四個大小相同的正方形後，再將其中一張小正方形的紙剪成四個大小相同的正方形，依此類推，請問重複 6 次之後，一共有大小不同的正方形紙幾張？(A) 24 (B) 22 (C) 20 (D) 19



重點：等差數列

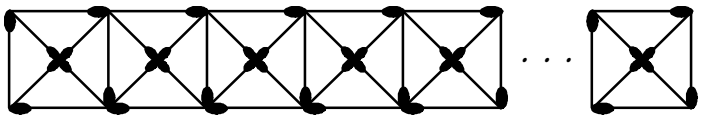
$\because a_n = 1+3n$

$\therefore a_6 = 1+3\times 6 = 19$

答案選（D）

41. 凌凌利用火柴棒排成如下圖之正方形，並在各頂點及對角線交點處用“快乾”黏合，若此圖共有 47 個黏合點，則正方形共有多少個？

(A) 12 個 (B) 13 個 (C) 14 個 (D) 15 個

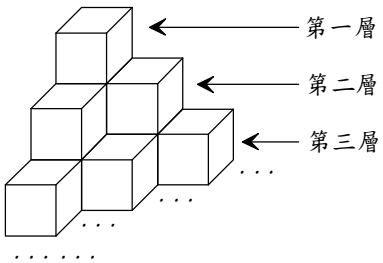


重點：等差數列

設有 n 個正方形

5＋(n－1)×3＝47 ⇒ n＝15(個) 答案選（D）

42. 將紙盒堆放如右圖，若一共堆了 30 層，請問第 30 層(底層)共有多少個紙盒？



(A) 465 個 (B) 470 個 (C) 500 個 (D) 520 個

重點：找出規律與等差級數之應用

第一層有 1 (個)

第二層有 1＋2 (個)

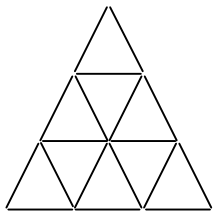
第三層有 1＋2＋3 (個)

以此類推可得

第 30 層有 $1+2+3+\cdots+30=\frac{30}{2}\times(1+30)=465$(個)

答案選（A）

43. 如右圖，用吸管排成相連的三角形，第一層用了 3 枝，第二層用了 6 枝，第三層用了 9 枝，以次類推，請用排完第六層後，共有多少枝吸管？(A) 45 (B) 63 (C) 84 (D) 108



重點：等差級數之應用

$3+6+9+12+15+18=\dfrac{(3+18)\times 6}{2}=63$(枝)

答案選（B）

44. 承上題，由第 1 層到第 6 層共有多少個小三角形？

(A) 36 (B) 40 (C) 49 (D) 64

重點：等差級數之應用

$1+3+5+7+9+11=\dfrac{(1+11)\times 6}{2}=36$(個)

答案選（A）