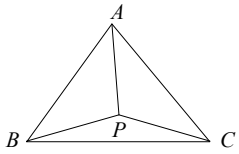
班級：　　座號：
姓名：

幾何與證明 － 三角形的外心、內心、重心

重點一：三角形的外心(1)

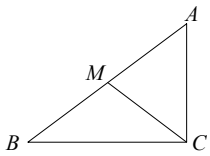
1. 如右圖，△ABC 是由三個等腰三角形所拼成的，其三個頂點的會合處爲 P，則關於 P 點的敘述下列何者正確？
答：_____。



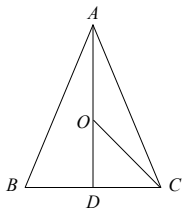
(A) P 點爲此三角形的外心　　(B) P 點爲此三角形的內心
(C) P 點爲此三角形的重心　　(D) P 點爲此三角形內任意一點

2. 設 O 爲△ABC 的外心，若 $\overline{OA}=3$ 公分，則 $\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}=$_____公分。

3. 如右圖，△ABC 中，M 爲外心，$\overline{AC}=6$ 公分，$\overline{BC}=8$ 公分，則△MBC 的周長爲_____公分。

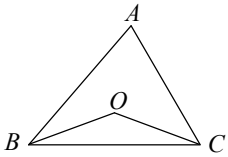


4. 如右圖，若$\overline{AB}=\overline{AC}=13$，$\overline{BC}=10$，$O$ 爲△ABC 的外心，則$\overline{OC}=$？

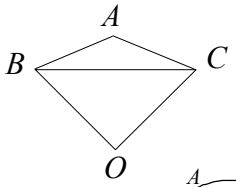


重點二：三角形的外心(2)

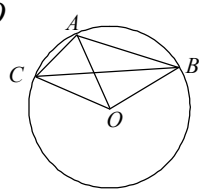
1. 如右圖，△ABC 爲銳角三角形，O 爲△ABC 的外心。
若∠$A=65^\circ$，則∠$BOC=$？



2. 如右圖，△ABC 爲鈍角三角形，O 爲△ABC 的外心。
若∠$A=135^\circ$，則∠$BOC=$？



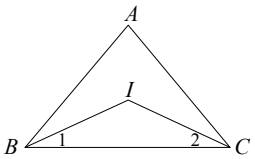
3. 如右圖，△ABC 中，∠$ACB=30^\circ$，∠$AOC=52^\circ$，O 爲外心，
則∠$CAB=$？



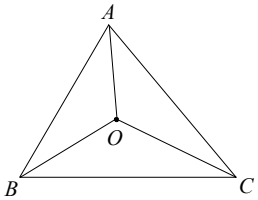
重點三：三角形的內心(1)

1. △ABC 中，$\overline{AB}=8$ 公分，$\overline{BC}=12$ 公分，$\overline{AC}=9$ 公分，若△ABC 的內切圓半徑爲 3 公分，則△ABC 的面積爲多少平方公分？

2. 如右圖，I 爲△ABC 的內心，∠$A=80^\circ$，則∠1＋∠2
＝_____度，∠$BIC=$_____度。



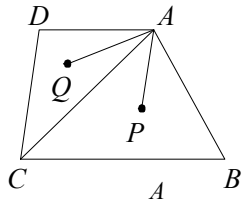
3. 如右圖，已知 O 是△ABC 的內心，若△AOB 面積：△BOC 面積：△COA 面積＝5：4：7，且△ABC 的周長爲 48 公分，試求：
(1) $\overline{AB}$：$\overline{BC}$：$\overline{AC}$爲多少？
(2) △ABC 的三邊長分別是多少？



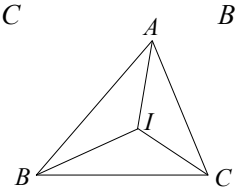
重點四：三角形的內心(2)

1. 若直角三角形的三邊長分別爲 5 公分、12 公分、13 公分，則這個直角三角形的內切圓半徑爲多少公分？

2. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\angle B=60^\circ$、$\angle DCB=80^\circ$、$\angle D=100^\circ$。若 P、Q 兩點分別爲△ABC 及△ACD 的內心，則$\angle PAQ=$？



3. 如右圖，I 爲△ABC 的內心，且$\angle AIC=110^\circ$，$\angle BIC=120^\circ$，$\angle AIB=130^\circ$，則$\angle A=$？$\angle B=$？$\angle C=$？



重點五：三角形的重心(1)

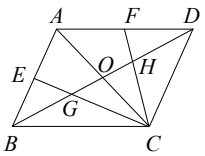
1. 在任一三角形內一點 P 與三頂點連接，形成三個等面積的三角形，則關於 P 點的敘述下列何者正確？
答：_____。

(A) P 點爲此三角形的外心　　(B) P 點爲此三角形的內心
(C) P 點爲此三角形的重心　　(D) P 點爲此三角形內任意一點

2. 在△ABC 中，G 爲重心，$\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$分別是△ABC 的三中線，$\overline{AG}=4$ 公分，$\overline{BG}=6$ 公分，$\overline{CG}=8$ 公分，則$\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$分別是多少公分？

3. 在△ABC 中，G 爲重心，$\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$分別是△ABC 的三中線，若$\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=48$，則$\overline{AG}+\overline{BG}+\overline{CG}=$？

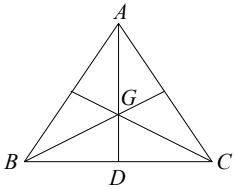
4. 如右圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，E 爲$\overline{AB}$中點，F 爲 $\overline{AD}$ 中點，且$\overline{CE}$、$\overline{CF}$分別與$\overline{BD}$交於 G、H，則$\overline{BG}:\overline{GH}:\overline{HD}=$？



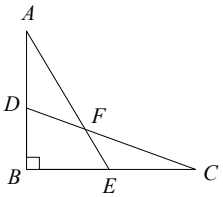
重點六：三角形的重心(2)

1. 在△ABC 中，G 爲重心，且△ABG 的面積爲 $18cm^2$，則△ABC 的面積爲何？

2. 如右圖，△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=5$ 公分，$\overline{BC}=6$ 公分，G 爲△ABC 的重心，則△ABG 的面積爲多少平方公分？



3. 如右圖，D 爲 $\overline{AB}$ 中點，E 爲 $\overline{BC}$ 中點，$\overline{AE}$ 與 $\overline{CD}$ 交於 F 點，$\angle B=90^\circ$。若 $\overline{AB}=10$，$\overline{BC}=8$，則四邊形 $BDFE$ 的面積爲何？



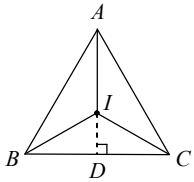
重點七：特殊三角形的三心關係(1)

1. 已知△ABC 爲正三角形，且$\overline{AB}=8\sqrt{3}$，則△ABC 的外接圓半徑與內切圓半徑的比值爲何？

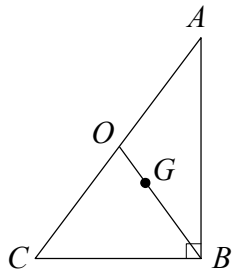
2. 已知正三角形 ABC 的內心到三頂點的距離和爲 30，則：

(1) $\overline{AD}$ 爲多少？

(2) $\triangle ABC$ 的面積爲何？



重點八：特殊三角形的三心關係(2)

1. 直角三角形 ABC 中，O 爲外心，G 爲重心，$\angle B=90^\circ$，$\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=3$，則 $\overline{OG}=$？

2. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90^\circ$，O 爲外心，G 爲重心，$\overline{OG}=10$，則 $\triangle ABC$ 的外接圓面積爲何？