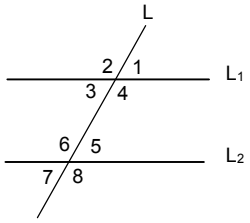
平行與四邊形

平行線與角度的定理：

直線 L 為 L_1 與 L_2 的截線，形成 8 個截角，如圖。



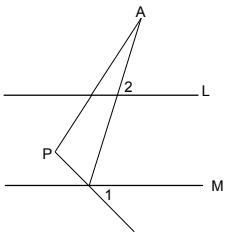
(1)同位角相等：∠1＝∠5；∠4＝∠8；∠2＝∠6；∠3＝∠7。

(2)內錯角相等：∠3＝∠5； ∠4＝∠6。

(3)同側內角互補：∠4＋∠5 ＝ 180^0；∠3＋∠6 ＝ 180^0。

【範例】：如圖，已知 L // M，若∠1＝40^0、∠2＝70^0、∠A＝25^0，

則∠P＝_____度。

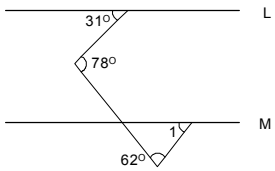


【解】：∠P ＝ ∠1 ＋∠2 －∠A

＝ 110^0 － 25^0

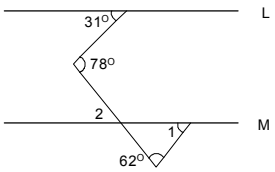
＝ 85^0

【範例】：如圖，若 L//M，求∠1。



【解】： ∠2＝78^0－31^0＝47^0；∠2＋∠1＋62＝180^0

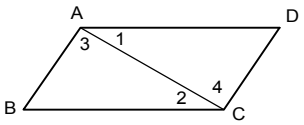
∴ ∠1＝180^0－∠2－62^0＝71^0



平行四邊形的性質：

（1）對角線將平行四邊形分為兩個全等三角形。

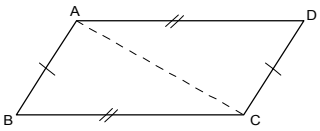
△ABC ≡ △ADC



（2）平行四邊形之**兩雙對邊分別相等**。

$\overline{AB} = \overline{DC}$

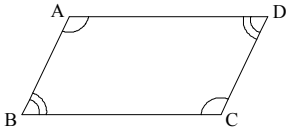
$\overline{AD} = \overline{BC}$



（3）平行四邊形之**兩雙對角分別相等**。

∠A ＝ ∠C

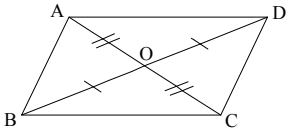
∠B ＝ ∠D



（4）平行四邊形之**兩對角線互相平分**。

$\overline{AO} = \overline{OC}$

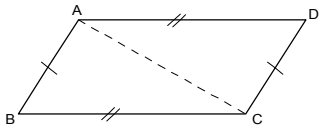
$\overline{BO} = \overline{OD}$



（5）平行四邊形之**對邊平行且相等**。

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 且 $\overline{AB} = \overline{DC}$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 且 $\overline{AD} = \overline{BC}$



平行四邊形的判別：

我們可以從以下的判別性質更容易地判斷一個四邊形是不是平行四邊形？

（1）**兩雙對邊平行**的四邊形會是平行四邊形（定義）。

（2）**一雙對邊平行且相等**的四邊形也會是平行四邊形。

（3）**兩雙對邊分別相等**的四邊形也會是平行四邊形。

（4）**兩雙對角分別相等**的四邊形也會是平行四邊形。

（5）**兩對角線互相平分**的四邊形也會是平行四邊形。

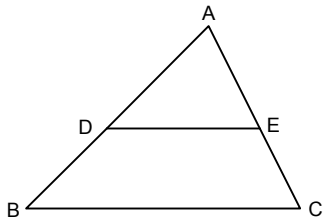
三角形兩邊中點連線性質：

1. △ABC 中，若 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 且 $\overline{AE} = \overline{CE}$，

   則 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 且 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$。

2. △ABC 中，若 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 且 $\overline{DE} // \overline{BC}$，

   則 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 且 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$。

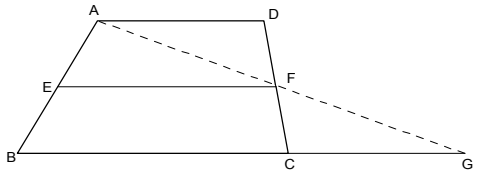


梯形的性質：

（1）**梯形的中線必平行於上下底，且其長等於上下底和的一半。**

$\overline{EF} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$

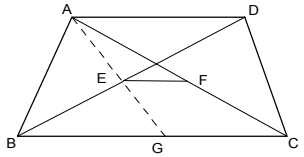
$\overline{EF} // \overline{AD}$，$\overline{EF} // \overline{BC}$



（2）**連接梯形兩對角線中點的線段，必平行於上下底，且其長等於兩差的一半。**

$\overline{EF} // \overline{AD} // \overline{BC}$

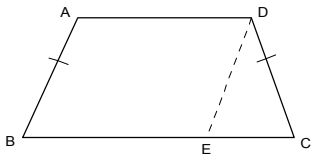
$\overline{EF} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{AD})$



等腰梯形的性質：

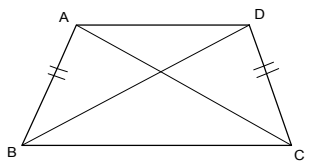
（1）等腰梯形的**兩底角相等**。

$\angle B = \angle C$



（2）等腰梯形的**兩對角線相等**。

$\overline{AC}=\overline{BD}$

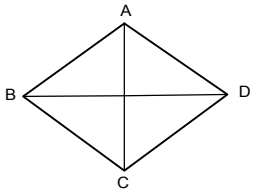


菱形的性質：

（1）菱形**任一對角線會平分其頂角**。

$\overline{AC}$ 平分 $\angle A$ 與 $\angle C$

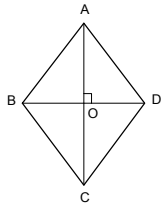
$\overline{BD}$ 平分 $\angle B$ 與 $\angle D$



（2）菱形的**兩對角線互相垂直平分**。

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$

$\overline{AO}=\overline{CO}$，$\overline{BO}=\overline{DO}$

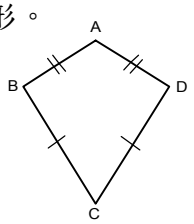


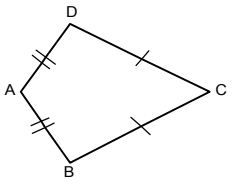
鳶(箏)形的定義與性質:

（1）**兩雙鄰邊分別等長**的四邊形，稱為鳶(箏)形。

$\overline{AB}=\overline{AD}$

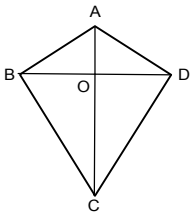
$\overline{CB}=\overline{CD}$





（2）鳶形的**對角線互相垂直**，且**其一對角線被另一對角線平分**。

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 且 $\overline{BO}=\overline{DO}$



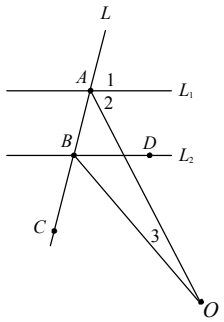
多邊形的內角和與外角和：

（1）四邊形的內角和為 360°，外角和為 360°。

（2）任意 n 邊形的外角和為 360° $\Rightarrow$ 正 n 邊形的每一外角為 $\dfrac{360^{\circ}}{n}$

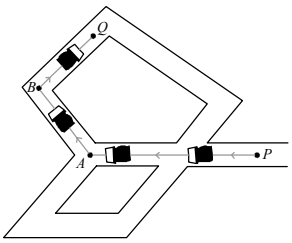
（3）任意 n 邊形的內角和為 $180^{\circ}(n-2)$ $\Rightarrow$ 正 n 邊形的每一外角為 $\dfrac{180^{\circ}(n-2)}{n}$

1. 如右圖，直線 L_1 平行直線 L_2，若 $\angle 1 = 80^\circ$，$\angle 2 = 60^\circ$， 且 $\overline{BO}$ 平分 $\angle DBC$，則 $\angle 3 =$？
(A) 10°　(B) 15°　(C) 20°　(D) 25° 【90 年第一次基測】



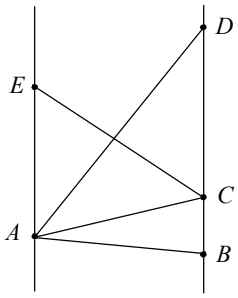
2. 從一個凸七邊形其中的一個頂點，最多可作出 a 條對角線；這些對角線將此七邊形分割成 b 個三角形；再利用每一個三角形的內角和為 180°，可以求得這個七邊形的內角和為 c 度。請問下列哪一個選項是正確的？【90 年第二次】
(A) $a = 5$　(B) $b = 5$　(C) $c = 1080$　(D) $a \times 180 = c$

3. 圖(十)是一個玩具車軌道圖，將白色車頭的玩具車自 P 點沿著箭頭方向前進，途中經由 A 點轉向 B 點，再經由 B 點轉向 Q 點。若 $\angle BAP = 130^\circ$、$\angle QBA = 95^\circ$。請問此玩具車至少共要轉多少度才能抵達 Q 點？【91 年第一次】
(A) 35　(B) 55　(C) 135　(D) 225

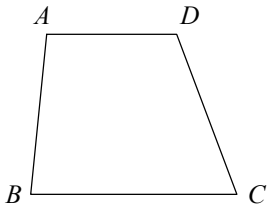


圖(十)

4. 如右圖，$\overline{AE} // \overline{BD}$，$C$ 在 $\overline{BD}$ 上。若 $\overline{AE} = 5$，$\overline{BD} = 8$，$\triangle ABD$ 的面積為 24，則 $\triangle ACE$ 的面積為多少？【91 年第二次基測】
(A) 10　(B) 12　(C) 15　(D) 18



5. 如附圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}//\overline{BC}$，$\overline{AB}\neq\overline{DC}$。請問下列哪一種作圖法，可將此梯形分割為兩個面積相等的圖形？　【91 年第二次基測】



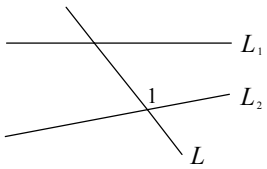
(A) 連接 $\overline{AC}$

(B) 作 $\overline{BC}$ 的中垂線 L

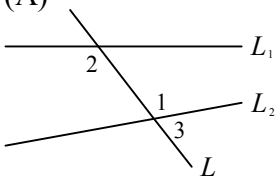
(C) 分別取 $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 的中點 P、Q，連接 $\overline{PQ}$

(D) 分別取 $\overline{AD}$ 和 $\overline{BC}$ 的中點 H、K，連接 $\overline{HK}$

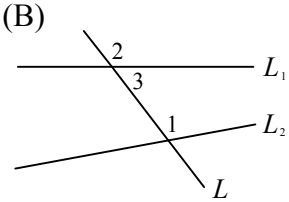
6. 如右圖，L 是 L_1 與 L_2 的截線。找出 $\angle 1$ 的同位角，標上 $\angle 2$，找出 $\angle 1$ 的同側內角，標上 $\angle 3$。下列何者為 $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 正確的位置圖？



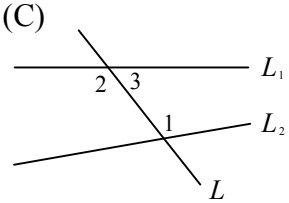
(A)



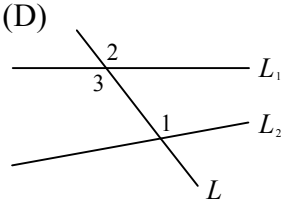
(B)



(C)



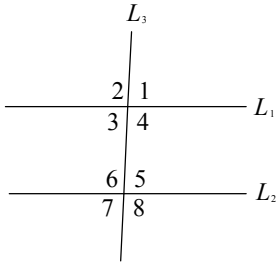
(D)



【92 年第一次基測】

7. 如右圖，三條直線 L_1、L_2、L_3 中，L_1 與 L_2 平行，L_1 與 L_3 不垂直，下列哪一個關係是錯誤的？【92 年第二次基測】

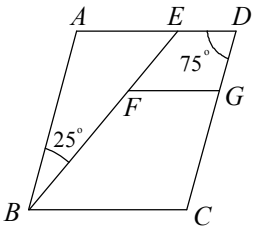
(A) $\angle 1=\angle 6$　(B) $\angle 2=\angle 8$　(C) $\angle 3=\angle 7$　(D) $\angle 4=\angle 6$



圖(三)

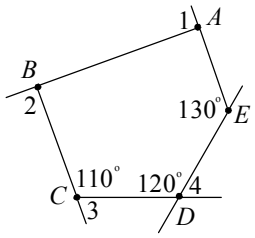
8. 如附圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，$\overline{ED}//\overline{FG}$，$\angle D=75^\circ$，$\angle ABE=25^\circ$。求 $\angle GFB+\angle GCB=$？【93 年第一次】

(A) 155°　(B) 210°　(C) 235°　(D) 270°



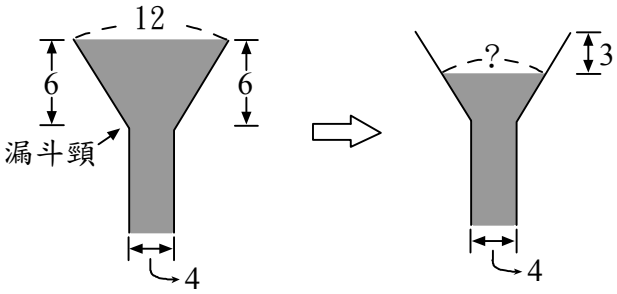
9. 如右圖，多邊形 $ABCDE$ 為五邊形。若 $\angle AED=130°$，$\angle EDC=120°$，$\angle DCB=110°$，則 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=$? 【93 年第二次】

(A) 360°　(B) 310°　(C) 240°　(D) 180°



10. 如圖（十七），四線段構成一漏斗的剖面圖，其中管子的內部寬度為 4 公分。已知水滿時，水面到漏斗頸的高為 6 公分，水面寬度為 12 公分。若水位下降 3 公分，如圖（十八），則水面的寬度為多少公分？【94 年第一次】

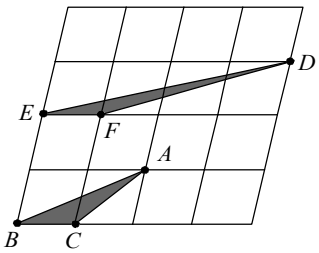
(A) 6　(B) 7　(C) 8　(D) 9



圖（十七）　圖（十八）

11. 如右圖，將一個平行四邊形分成 16 個一模一樣的小平行四邊形。若以顏料塗滿△ABC，至少須用完 1 瓶顏料，則將△DEF 塗滿，至少須用完幾瓶顏料？【94 年第二次】

(A) 0.5　(B) 1　(C) 1.5　(D) 2



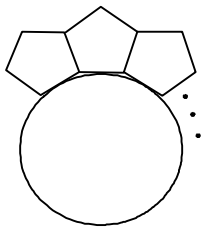
12. 小明有一些大小相同的正五邊形，他用下列方式將正五邊形擺放在一圓周上，如圖（八）所示：

(1) 每個正五邊形與相鄰的正五邊形皆有一邊緊密地放在一起

(2) 每一個正五邊形皆有一邊與圓相切若

這些正五邊形正好將此圓全部圍住，則這些正五邊形最少有幾個？【94 年第二次】

(A) 9　(B) 10　(C) 11　(D) 12

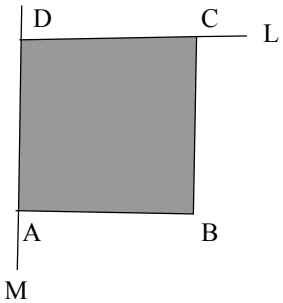


圖（八）

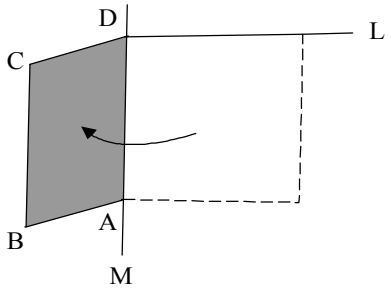
13. 如（圖十六），將四邊形鐵板 $ABCD$（四個內角均不是直角）平放，沿 $\overline{CD}$ 畫一直線 L，沿 $\overline{AD}$ 畫一直線 M。甲、乙兩人想用此鐵板，在 M 的另一側畫一直線 L_1 與 L 平行，其作法分別如下：

甲：如圖（十七），將鐵板翻至 M 的另一側，下移一些並將 $\overline{AD}$ 緊密在直線 M 上，在沿 $\overline{CD}$ 畫一直線 L_1，如圖（十八）。

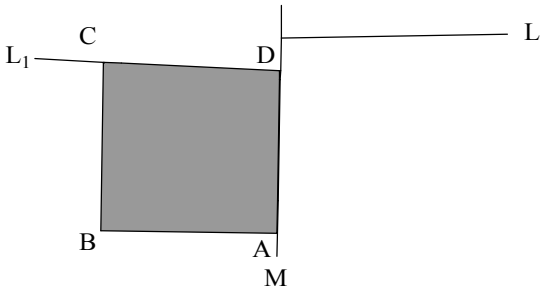
乙：如圖（十九），將鐵板轉動到 M 的另一側，下移一些並將 $\overline{AD}$ 緊靠在直線 M 上，在沿 $\overline{CD}$ 畫一直線 L_1，如圖（廿）。



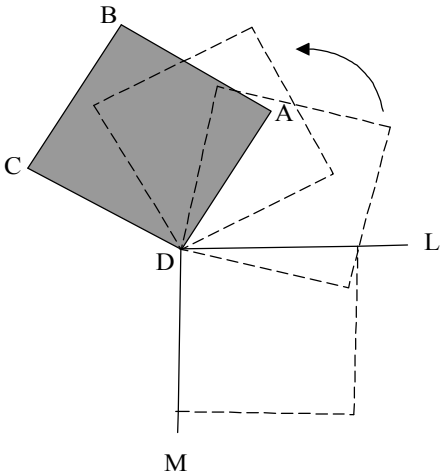
圖（十六）



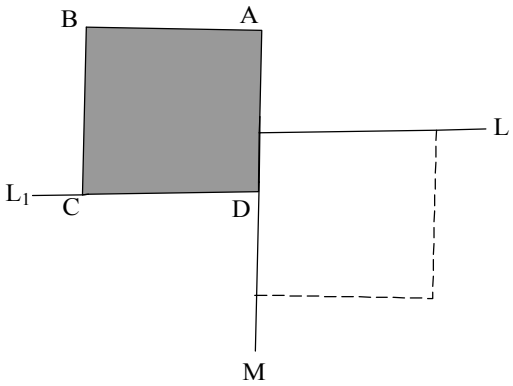
圖（十七）



圖（十八）



圖（十九）



圖（廿）

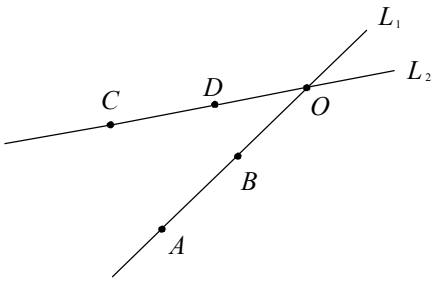
對於兩人的作法，下列判斷何者正確？ 【95 年第一次】

（A）兩人都正確　（B）兩人都錯誤　（C）甲正確，乙錯誤　（D）甲錯誤，乙正確

14. 圖(十五)中的兩直線L_1、L_2相交於O點，其中A、B兩點在L_1上，C、D兩點在L_2上。已知$\overline{CD}$上有一點P，且M、N分別是$\overline{PA}$與$\overline{PB}$的中點。今將P點沿$\overline{CD}$自C移向D點，則關於$\overline{MN}$、ΔPAB的變化，下列敘述何者正確？ 【95 年第二次】

(A) $\overline{MN}$的長度越來越長　(B) $\overline{MN}$的長度越來越短

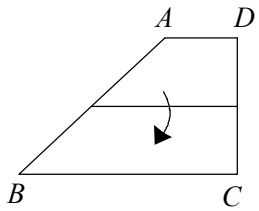
(C) ΔPAB的面積越來越大　(D) ΔPAB的面積越來越小



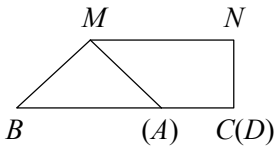
圖(十五)

15. 如圖(一)為一梯形$ABCD$，其中$\angle C=\angle D=90^{\circ}$，且$\overline{AD}=6$，$\overline{BC}=18$，$\overline{CD}=12$。若將$\overline{AD}$疊合在$\overline{BC}$上，出現摺線$\overline{MN}$，如圖(二)所示，則$\overline{MN}$的長度為何？ 【96 年第一次】

(A) 9　(B) 12　(C) 15　(D) 21



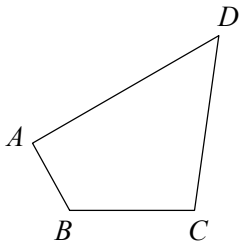
圖(一)



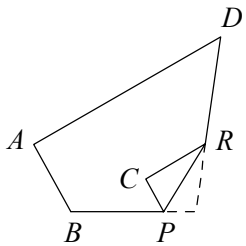
圖(二)

16. 圖(五)是四邊形紙片$ABCD$，其中$\angle B=120^{\circ}$，$\angle D=50^{\circ}$。若將其右下角向內摺出一$\triangle PCR$，恰使$\overline{CP}\,//\,\overline{AB}$，$\overline{CR}\,//\,\overline{AD}$，如圖(六)所示，則$\angle C=$？ 【96 年第一次】

(A) 80°　(B) 85°　(C) 95°　(D) 110°



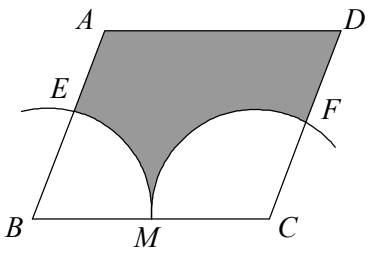
圖(五)



圖(六)

17. 如圖(八)，平行四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{BC}=12$，M 為 $\overline{BC}$ 中點，M 到 $\overline{AD}$ 的距離為 8。若分別以 B、C 為圓心，$\overline{BM}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 於 E、F 兩點，則圖中灰色區域面積為何？【96 年第一次】

(A) $96-12\pi$　(B) $96-18\pi$　(C) $96-24\pi$　(D) $96-27\pi$



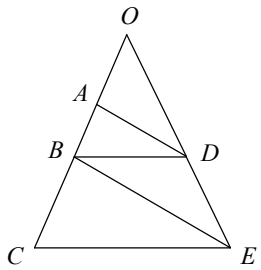
圖(八)

18. 已知小娟家的地板全由同一形狀且大小相同的地磚緊密地鋪成。若此地磚的形狀邊形是一正多邊形，則下列何者不可能是此地磚的形狀？【96 年第一次】

(A) 正三角形　(B) 正方形　(C) 正五邊形　(D) 正六邊形

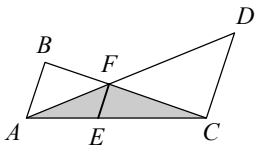
19. 如右圖，$\overline{AD}\,//\,\overline{BE}$，$\overline{BD}\,//\,\overline{CE}$ 且 $\overline{OD}:\overline{OE}=3:5$。$\overline{OA}=2$ 公分，則 $\overline{OC}=$？

(A) $\frac{10}{3}$ 公分(B) $\frac{5}{3}$ 公分(C) $\frac{100}{9}$ 公分(D) $\frac{50}{9}$ 公分

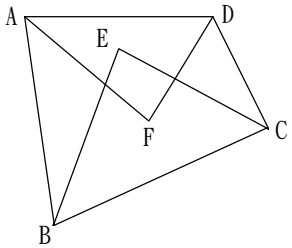


20. 如右圖，$\overline{AB}\,//\,\overline{EF}\,//\,\overline{CD}$。若 $\overline{AB}=6$，$\overline{CD}=9$，則 $\overline{EF}=$？

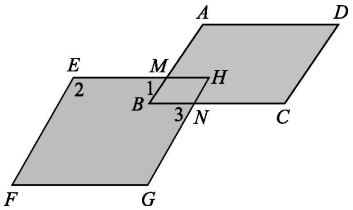
(A) 1.8　(B) 2.4　(C) 3.2　(D) 3.6



21. 右圖四邊形 ABCD 中，∠B 和∠C 的角平分線交於 E 點，∠A 和∠D 的角平分線交於 F 點。若∠E＝110^0，求∠F 的度數為多少？
(A) 60º (B) 70º (C) 80º (D) 90º

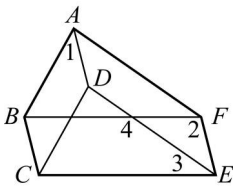


22. 如附圖，四邊形 *MBNH* 是平行四邊形 *ABCD* 和平行四邊形 *EFGH* 重疊的部分。已知∠1 = 55°、∠2 = 120°、∠3 = 65°，試求∠*MHN* 的度數。
(A) 50º (B) 55º (C) 60º (D) 65º

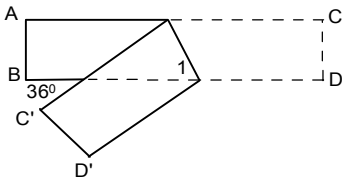


23. 承上題，四邊形 *MBNH* 是否為平行四邊形？(A)否 (B) 是

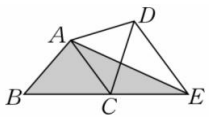
24. 如附圖，平行四邊形 *ABCD*、平行四邊形 *BCEF* 在同一平面上，若∠1＝43°、∠2＝104°、∠3＝35°，求∠*CDE* ＝？
(A) 65º (B) 72º (C) 80º (D) 84º



25. 將一張長方形ABDC的紙條摺疊之後，如圖所示，求∠1等於幾度？
(A) 69º (B) 72º (C) 86º (D) 90º

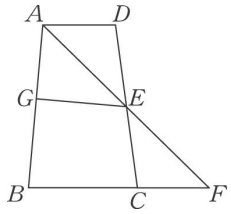


26. 如附圖，$\overline{DE}//\overline{AC}$，若△$ABC$ 面積是 15 平方公分，△ADC 面積是 12 平方公分，則△ABE 面積為何？



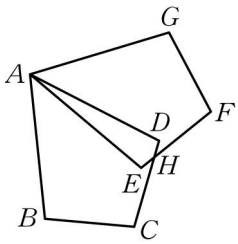
(A) 27 平方公分　(B) 28 平方公分　(C) 29 平方公分　(D) 30 平方公分

27. 如附圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}//\overline{BC}$，$E$ 為$\overline{CD}$的中點，延長$\overline{AE}$交$\overline{BC}$的延長線於 F，若$\overline{AD}=8$，$\overline{BC}=12$，△ABF 中，$\overline{BF}$上的高為 16，若$\overline{EG}\perp\overline{AB}$，且$\overline{AB}=18$，求$\overline{EG}=$？



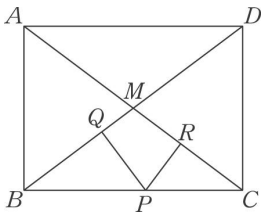
(A) $\frac{71}{9}$　(B) 8　(C) $\frac{80}{9}$　(D) $\frac{85}{9}$

28. 如附圖，四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $AEFG$ 為兩個全等鳶形，$\overline{EF}$與$\overline{CD}$相交於 H。若 $\angle ABC=\angle BCD=\angle ADC=\angle BAG=101$ 度，則 $\angle DHF=$？



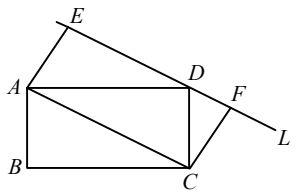
(A) 35°　(B) 40°　(C) 45°　(D) 50°

29. 如附圖，在矩形 $ABCD$ 中，兩對角線$\overline{AC}$、$\overline{BD}$相交於 M。設$\overline{AB}=6$、$\overline{AD}=8$，P 為$\overline{BC}$上一點，且$\overline{PQ}$垂直$\overline{BD}$於 Q，$\overline{PR}$垂直$\overline{AC}$於 R，求$\overline{PQ}+\overline{PR}=$？

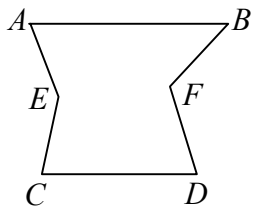
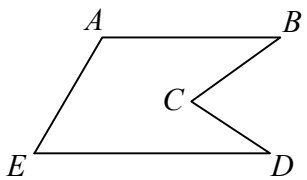


(A) 4.5　(B) 4.8　(C) 5.2　(D) 5.5

30. 如圖，ABCD 為一矩形，過 D 作直線 L 與 $\overline{AC}$ 平行後，再分別自 A、C 作直線與 L 垂直，垂足為 E、F。若圖中 ΔADE 與 ΔCDF 的面積和為 a，ΔABC 的面積為 b，則 a：b＝？
(A) 2：1 (B) 1：$\sqrt{2}$ (C) 1：2 (D) 1：1



31. 如圖，已知 $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$，$\overline{AE}$ // $\overline{DF}$，且∠B＝45°，∠BFD＝120°，∠C＝86°，求∠AEC＝？
(A) 60° (B) 131° (C) 165° (D) 161°



32. 如圖所示，$\overline{AB}$ 平行 $\overline{DE}$，∠A＝120°，∠D＝32°，且∠BCD 的補角是 113°，求∠B 的角度為多少？
(A) 35° (B) 34° (C) 25° (D) 24°