

平行與四邊形

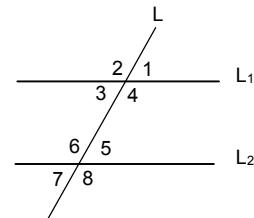
平行線與角度的定理：

直線 L 為 L_1 與 L_2 的截線，形成 8 個截角，如圖。

(1) 同位角相等： $\angle 1 = \angle 5$ ； $\angle 4 = \angle 8$ ； $\angle 2 = \angle 6$ ； $\angle 3 = \angle 7$ 。

(2) 內錯角相等： $\angle 3 = \angle 5$ ； $\angle 4 = \angle 6$ 。

(3) 同側內角互補： $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ ； $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$ 。



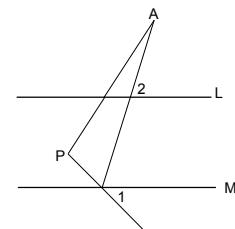
【範例】：如圖，已知 $L // M$ ，若 $\angle 1 = 40^\circ$ 、 $\angle 2 = 70^\circ$ 、 $\angle A = 25^\circ$ ，

則 $\angle P = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。

【解】： $\angle P = \angle 1 + \angle 2 - \angle A$

$$= 110^\circ - 25^\circ$$

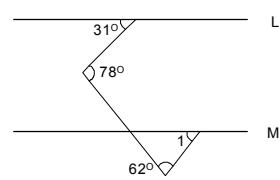
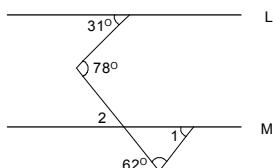
$$= 85^\circ$$



【範例】：如圖，若 $L // M$ ，求 $\angle 1$ 。

【解】： $\angle 2 = 78^\circ - 31^\circ = 47^\circ$ ； $\angle 2 + \angle 1 + 62^\circ = 180^\circ$

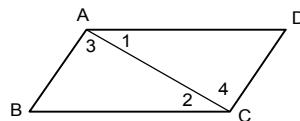
$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle 2 - 62^\circ = 71^\circ$$



平行四邊形的性質：

(1) 對角線將平行四邊形分為兩個全等三角形。

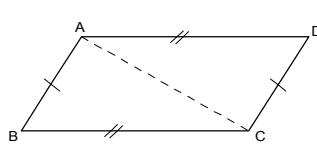
$$\triangle ABC \cong \triangle ADC$$



(2) 平行四邊形之兩雙對邊分別相等。

$$\overline{AB} = \overline{DC}$$

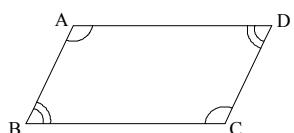
$$\overline{AD} = \overline{BC}$$



(3) 平行四邊形之兩雙對角分別相等。

$$\angle A = \angle C$$

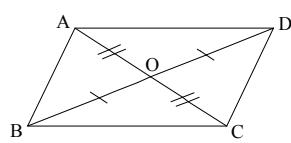
$$\angle B = \angle D$$



(4) 平行四邊形之兩對角線互相平分。

$$\overline{AO} = \overline{OC}$$

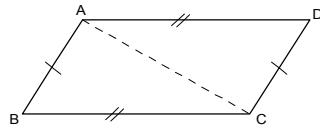
$$\overline{BO} = \overline{OD}$$



(5) 平行四邊形之對邊平行且相等。

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC} \text{ 且 } \overline{AB} = \overline{DC}$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \text{ 且 } \overline{AD} = \overline{BC}$$



平行四邊形的判別：

我們可以從以下的判別性質更容易地判斷一個四邊形是不是平行四邊形？

- (1) 兩雙對邊平行的四邊形會是平行四邊形（定義）。
- (2) 一雙對邊平行且相等的四邊形也會是平行四邊形。
- (3) 兩雙對邊分別相等的四邊形也會是平行四邊形。
- (4) 兩雙對角分別相等的四邊形也會是平行四邊形。
- (5) 兩對角線互相平分的四邊形也會是平行四邊形。

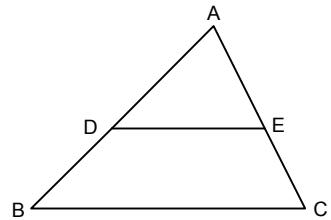
三角形兩邊中點連線性質：

1. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 且 $\overline{AE} = \overline{CE}$ ，

$$\text{則 } \overline{DE} \parallel \overline{BC} \text{ 且 } \overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}.$$

2. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，

$$\text{則 } \overline{AE} = \overline{CE} \text{ 且 } \overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}.$$

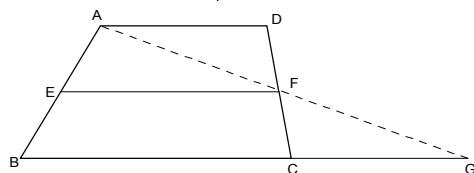


梯形的性質：

(1) 梯形的中線必平行於上下底，且其長等於上下底和的一半。

$$\overline{EF} = \frac{1}{2} (\overline{AD} + \overline{BC})$$

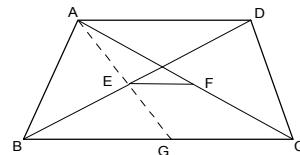
$$\overline{EF} \parallel \overline{AD}, \overline{EF} \parallel \overline{BC}$$



(2) 連接梯形兩對角線中點的線段，必平行於上下底，且其長等於兩差的一半。

$$\overline{EF} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

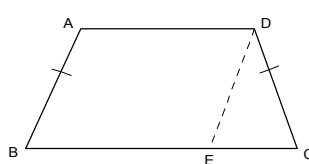
$$\overline{EF} = \frac{1}{2} (\overline{BC} - \overline{AD})$$



等腰梯形的性質：

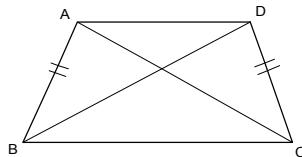
(1) 等腰梯形的兩底角相等。

$$\angle B = \angle C$$



(2) 等腰梯形的兩對角線相等。

$$\overline{AC} = \overline{BD}$$

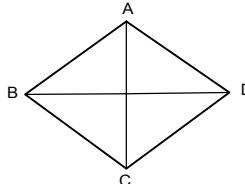


菱形的性質：

(1) 菱形任一對角線會平分其頂角。

$$\overline{AC} \text{ 平分 } \angle A \text{ 與 } \angle C$$

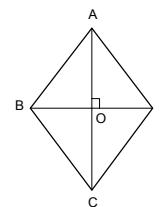
$$\overline{BD} \text{ 平分 } \angle B \text{ 與 } \angle D$$



(2) 菱形的兩對角線互相垂直平分。

$$\overline{AC} \perp \overline{BD}$$

$$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$$

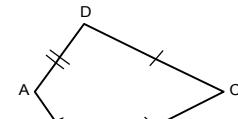
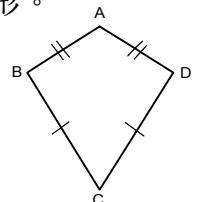


鳶(筝)形的定義與性質：

(1) 兩雙鄰邊分別等長的四邊形，稱為鳶(筝)形。

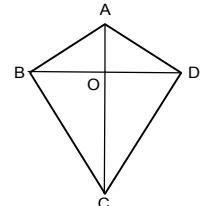
$$\overline{AB} = \overline{AD}$$

$$\overline{CB} = \overline{CD}$$



(2) 鳶形的對角線互相垂直，且其一對角線被另一對角線平分。

$$\overline{AC} \perp \overline{BD} \text{ 且 } \overline{BO} = \overline{DO}$$



多邊形的內角和與外角和：

(1) 四邊形的內角和為 360° ，外角和為 360° 。

(2) 任意 n 邊形的外角和為 360° \Rightarrow 正 n 邊形的每一外角為 $\frac{360^\circ}{n}$

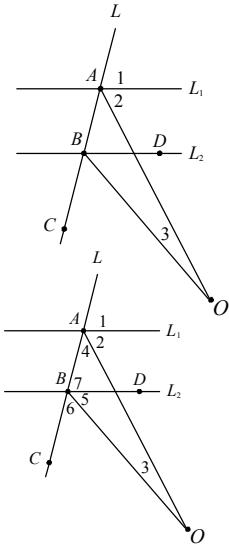
(3) 任意 n 邊形的內角和為 $180^\circ(n-2)$ \Rightarrow 正 n 邊形的每一外角為 $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$

1. 如右圖，直線 L_1 平行直線 L_2 ，若 $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ，且 \overline{BO} 平分 $\angle DBC$ ，則 $\angle 3 = ?$
 (A) 10° (B) 15° (C) 20° (D) 25° 【90 年第一次基測】

重點：求平行線上的角度

- (1) $\angle 1 = 80^\circ \Rightarrow \angle 2 + \angle 4 = 100^\circ$ ，且 $\angle 2 = 60^\circ$ ， $\therefore \angle 4 = 40^\circ$ 。
 (2) $\angle 5 + \angle 6 = 100^\circ$ ，又 \overline{BO} 平分 $\angle DBC$ ， $\therefore \angle 5 = \angle 6 = 50^\circ$
 (3) $\triangle ABC$ 中， $\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 7 = 180^\circ$ ，又 $\angle 7 = \angle 1$ (同位角)，
 故 $\angle 3 + 40^\circ + 50^\circ + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow \angle 3 = 180^\circ - 40^\circ - 50^\circ - 80^\circ = 10^\circ$

答案選 (A)



2. 從一個凸七邊形其中的一個頂點，最多可作出 a 條對角線；這些對角線將此七邊形分割成 b 個三角形；再利用每一個三角形的內角和為 180° ，可以求得這個七邊形的內角和為 c 度。請問下列哪一個選項是正確的？【90 年第二次】

- (A) $a = 5$ (B) $b = 5$ (C) $c = 1080$ (D) $a \times 180 = c$

重點：凸七邊形的性質

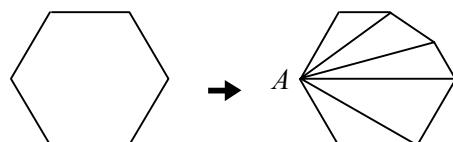
- (1) 凸七邊形可由正六邊形切一角而得到

- (2) 作出 4 條對角線，形成 5 個三角形

(每個 \triangle 內角都是七邊形內角的一部份)

$$\text{七邊形內角和} = 180^\circ \times 5 = 900^\circ$$

$$\therefore a = 4, b = 5, c = 900 \quad \text{答案選 (B)}$$



3. 圖(十)是一個玩具車軌道圖，將白色車頭的玩具車自 P 點沿著箭頭方向前進，途中經由 A 點轉向 B 點，再經由 B 點轉向 Q 點。若 $\angle BAP = 130^\circ$ 、 $\angle QBA = 95^\circ$ 。請問此玩具車至少共要轉多少度才能抵達 Q 點？【91 年第一次】

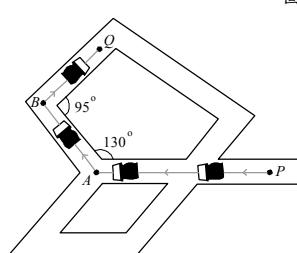
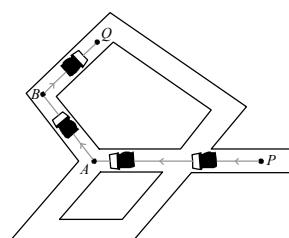
- (A) 35 (B) 55 (C) 135 (D) 225

重點：四邊形的外角

$$\angle BAP \text{ 外角} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\angle QBA \text{ 外角} = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$$

$$\therefore \text{共需轉 } 50^\circ + 85^\circ = 135^\circ \quad \text{答案選 (C)}$$

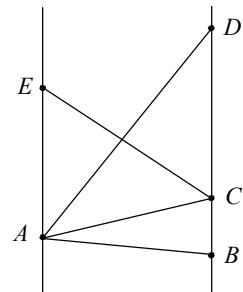


4. 如右圖， $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$ ， C 在 \overline{BD} 上。若 $\overline{AE} = 5$ ， $\overline{BD} = 8$ ， $\triangle ABD$ 的面積為 24，則 $\triangle ACE$ 的面積為多少？【91 年第二次基測】

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18

重點：平行、等高不同底

$$\triangle ABD \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \text{高} \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} \times 8 \times \text{高} \Rightarrow \text{高} = 6$$



$\because \overline{AE} \parallel \overline{BD}$ ， $\therefore \triangle ABD$ 與 $\triangle ABC$ 同高。

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \text{高} = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15 \quad \text{答案選 (C)}$$

5. 如附圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} \neq \overline{DC}$ 。請問下列哪一種作圖法，可將此梯形分割為兩個面積相等的圖形？【91 年第二次基測】

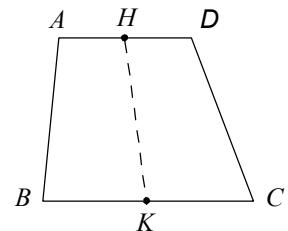
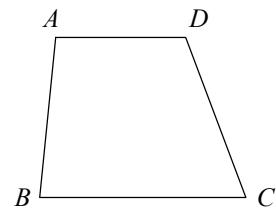
- (A) 連接 \overline{AC}
 (B) 作 \overline{BC} 的中垂線 L
 (C) 分別取 \overline{AB} 和 \overline{CD} 的中點 P 、 Q ，連接 \overline{PQ}
 (D) 分別取 \overline{AD} 和 \overline{BC} 的中點 H 、 K ，連接 \overline{HK}

重點：等面積作法

分別取 \overline{AD} 和 \overline{BC} 的中點 H 、 K ，連接 H 、 K

$\because \overline{AH} = \overline{HD}$ 、 $\overline{BK} = \overline{KC}$ ， \therefore 梯形 $AHKB$ 與梯形 $HDCK$ 面積相等

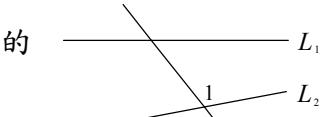
(上底、下底、高皆相同) 答案選 (D)



6. 如右圖， L 是 L_1 與 L_2 的截線。找出 $\angle 1$ 的同位角，標上 $\angle 2$ ，找出 $\angle 1$ 的同側內角，標上 $\angle 3$ 。下列何者為 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 正確的位置圖？

- (A)
 (B)
 (C)
 (D)

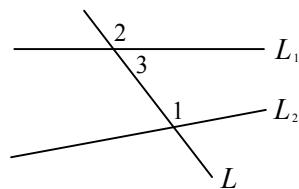
重點：找出同位角、同側內角。



【92 年第一次基測】

依定義， $\angle 1$ 的同樣位置角為 $\angle 2$ ， $\angle 1$ 的同側內部的角為 $\angle 3$ ，所以如右圖才是符合答案的圖形

答案選 (B)

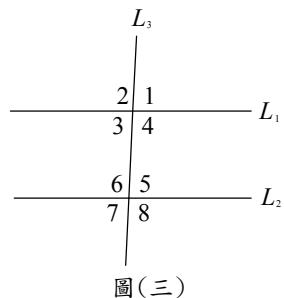


7. 如右圖，三條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 中， L_1 與 L_2 平行， L_1 與 L_3 不垂直，下列哪一個關係是錯誤的？【92 年第二次基測】

(A) $\angle 1 = \angle 6$ (B) $\angle 2 = \angle 8$ (C) $\angle 3 = \angle 7$ (D) $\angle 4 = \angle 6$

重點：平行的觀念

$L_1 \parallel L_2$ ，則如右圖，角度只有兩種。 答案選 (A)



圖(三)

8. 如附圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形， $\overline{ED} \parallel \overline{FG}$ ， $\angle D = 75^\circ$ ， $\angle ABE = 25^\circ$ 。

求 $\angle GFB + \angle GCB = ?$ 【93 年第一次】

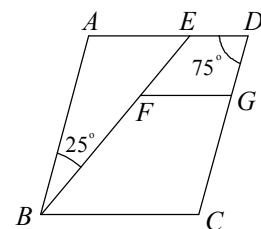
(A) 155° (B) 210° (C) 235° (D) 270°

重點：平行四邊形中，已知一個角度即可推得四個角的角度

$\angle A = \angle C = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ ，又 $\overline{ED} \parallel \overline{FG}$

$\angle GFB = \angle BED = \angle A + \angle ABE = 105^\circ + 25^\circ = 130^\circ$

$\angle GFB + \angle GCB = 130^\circ + 105^\circ = 235^\circ$ 答案選 (C)



9. 如右圖，多邊形 $ABCDE$ 為五邊形。若 $\angle AED = 130^\circ$ ， $\angle EDC = 120^\circ$ ， $\angle DCB = 110^\circ$ ，

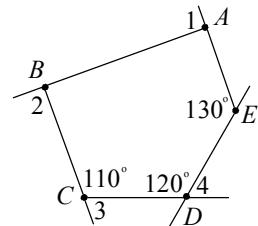
則 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = ?$ 【93 年第二次】

(A) 360° (B) 310° (C) 240° (D) 180°

重點：五邊形的外角和

$180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ - 50^\circ = 310^\circ$ 答案選 (B)



10. 如圖 (十七)，四線段構成一漏斗的剖面圖，

其中管子的內部寬度為 4 公分。已知水滿時，水面到漏斗頸的高為 6 公分，水面寬度為

12 公分。若水位下降 3 公分，如圖 (十八)，

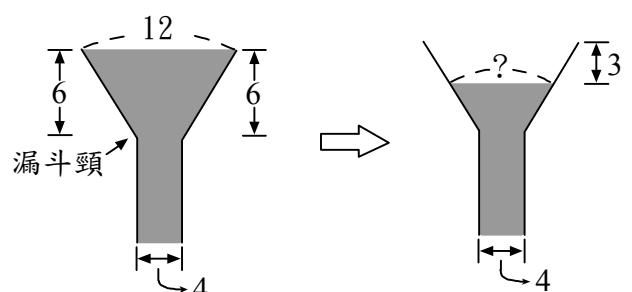
則水面的寬度為多少公分？【94 年第一次】

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

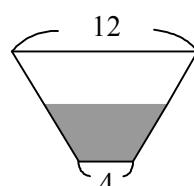
重點：梯形之中線

Θ 水面寬度為梯形之中線 $\therefore \frac{12+4}{2} = 8$ (公分)

答案選 (C)



圖(十七) 圖(十八)



11. 如圖（四），將一個平行四邊形分成 16 個一模一樣的小平行四邊形。若以顏料塗滿 $\triangle ABC$ ，至少須用完 1 瓶顏料，則將 $\triangle DEF$ 塗滿，至少須用完幾瓶顏料？【94 年第二次】

(A) 0.5 (B) 1 (C) 1.5 (D) 2

重點：全等平行四邊形之高相等

Θ 16 個小平行四邊形之高相等

$$\therefore \triangle DEF \text{ 面積} = \triangle ABC \text{ 面積} \text{ (等底等高),}$$

故至少須用 1 瓶顏料

答案選 (B)

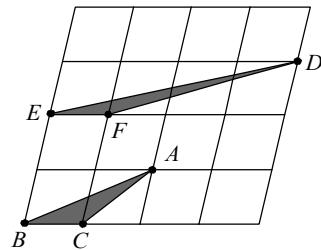


圖 (四)

12. 小明有一些大小相同的正五邊形，他用下列方式將正五邊形

擺放在一圓周上，如圖（八）所示：

- (1) 每個正五邊形與相鄰的正五邊形皆有一邊緊密地放在一起
 (2) 每一個正五邊形皆有一邊與圓相切若

這些正五邊形正好將此圓全部圍住，則這些正五邊形最少

有幾個？【94 年第二次】

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

重點：正 n 邊形的外角和

$$\Theta \angle OAB = \angle OBA = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ$$

$$\therefore \text{共 } 360^\circ \div 36^\circ = 10 \text{ (個)}$$

答案選 (B)

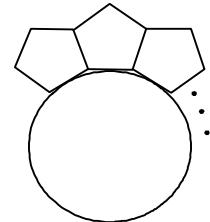
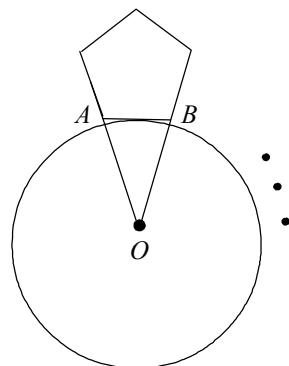


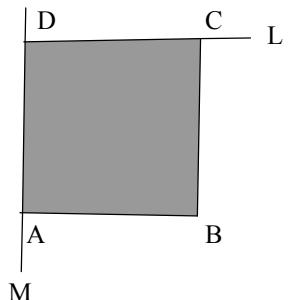
圖 (八)



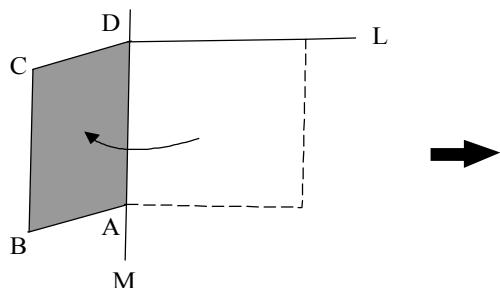
13. 如(圖十六)，將四邊形鐵板ABCD(四個內角均不是直角)平放，沿 \overline{CD} 畫一直線L，沿 \overline{AD} 畫一直線M。甲、乙兩人想用此鐵板，在M的另一側畫一直線 L_1 與L平行，其作法分別如下：

甲：如圖(十七)，將鐵板翻至M的另一側，下移一些並將 \overline{AD} 緊密在直線M上，在沿 \overline{CD} 畫一直線 L_1 ，如圖(十八)。

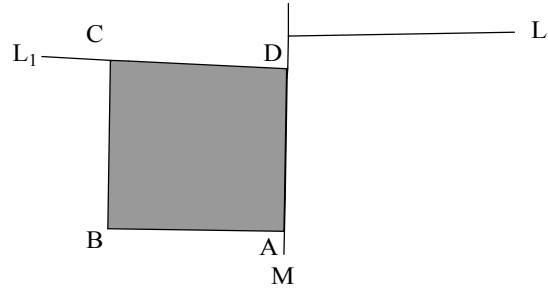
乙：如圖(十九)，將鐵板轉動到M的另一側，下移一些並將 \overline{AD} 緊靠在直線M上，在沿 \overline{CD} 畫一直線 L_1 ，如圖(廿)。



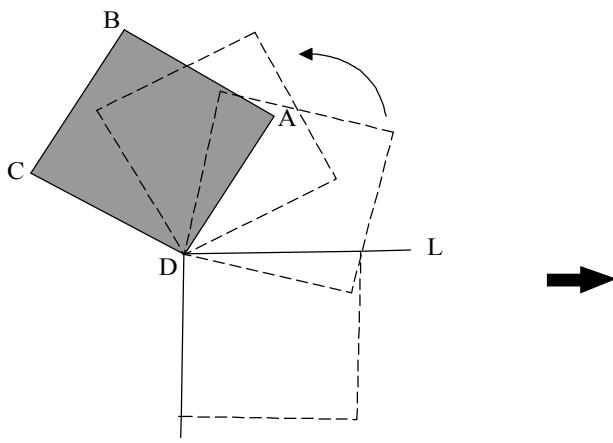
圖(十六)



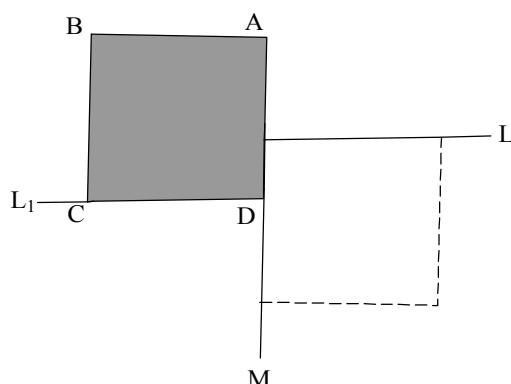
圖(十七)



圖(十八)



圖(十九)



圖(廿)

對於兩人的作法，下列判斷何者正確？

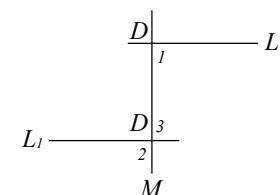
【95年第一次】

- (A) 兩人都正確 (B) 兩人都錯誤 (C) 甲正確，乙錯誤 (D) 甲錯誤，乙正確

重點：平行線的判別

甲：因 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 \neq 90^\circ$ ，所以 $\angle 1 + \angle 3 \neq 180^\circ$

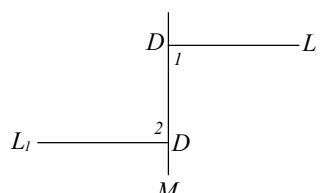
$\Rightarrow L$ 不平行 L_1 (同側內角不互補)



乙：因 $\angle 1 = \angle 2$ ，

所以 $L \parallel L_1$ (內錯角相等)

答案選 (D)



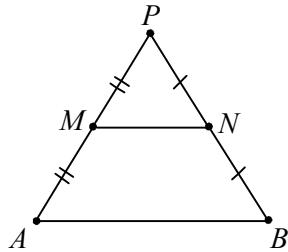
14. 圖(十五)中的兩直線 L_1 、 L_2 相交於 O 點，其中 A 、 B 兩點在 L_1 上， C 、 D 兩點在 L_2 上。已知 \overline{CD} 上有一點 P ，且 M 、 N 分別是 \overline{PA} 與 \overline{PB} 的中點。今將 P 點沿 \overline{CD} 自 C 移向 D 點，則關於 \overline{MN} 、 $\triangle PAB$ 的變化，下列敘述何者正確？

【95年第二次】

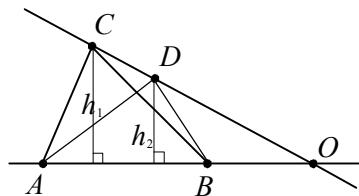
- (A) \overline{MN} 的長度越來越長 (B) \overline{MN} 的長度越來越短
 (C) $\triangle PAB$ 的面積越來越大 (D) $\triangle PAB$ 的面積越來越小

重點：中線定理、同底不等高

中線定理：



同底不等高：



因為 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ABD$ 等底不同高的兩個三角形，
 所以 $\triangle ABC$ 面積大於 $\triangle ABD$ 面積 ($h_1 > h_2$)

Θ M 、 N 分別是 \overline{PA} 與 \overline{PB} 的中點

\therefore 在 $\triangle PAB$ 中，不管 P 點如何變化 \overline{MN} 恒等於 $\frac{1}{2} \overline{AB}$

在 $\triangle PAB$ 中，若以 \overline{AB} 為底邊，則 \overline{AB} 上的高會隨 C 移向 D 點而變小

因此 $\triangle PAB$ 的面積越來越小

答案選 (D)

15. 如圖(一)為一梯形 $ABCD$ ，其中 $\angle C = \angle D = 90^\circ$ ，且 $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{BC} = 18$ ， $\overline{CD} = 12$ 。若將 \overline{AD} 疊合在 \overline{BC} 上，出現摺線 \overline{MN} ，如圖(二)所示，則 \overline{MN} 的長度為何？

【96年第一次】

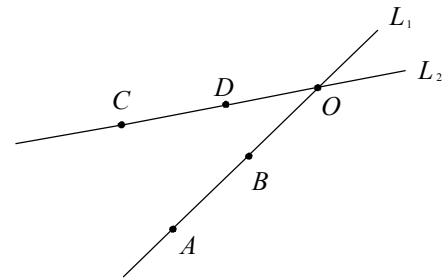
- (A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 21

重點：梯形中線性質 \Rightarrow 中線長 = (上底 + 下底) $\div 2$

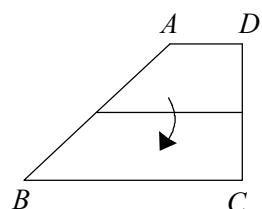
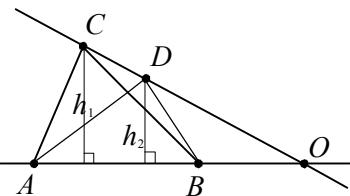
由題意可知 \overline{MN} 為梯形的中線

因此，由中線性質可得 $\overline{MN} = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} = \frac{6+18}{2} = 12$

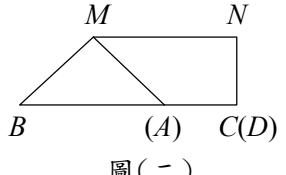
答案選 (B)



圖(十五)



圖(一)



圖(二)

16. 圖(五)是四邊形紙片 $ABCD$ ，其中 $\angle B = 120^\circ$ ，
 $\angle D = 50^\circ$ 。若將其右下角向內摺出一 $\triangle PCR$
 ，恰使 $\overline{CP} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{CR} \parallel \overline{AD}$ ，如圖(六)所示
 ，則 $\angle C = ?$

【96 年第一次】

- (A)
- 80°
- (B)
- 85°
- (C)
- 95°
- (D)
- 110°

重點：平行線性質與三角形角度相等之應用

如右圖所示

$$\Theta \overline{CP} \parallel \overline{AB} \quad \therefore \angle CPQ = \angle ABP = 120^\circ$$

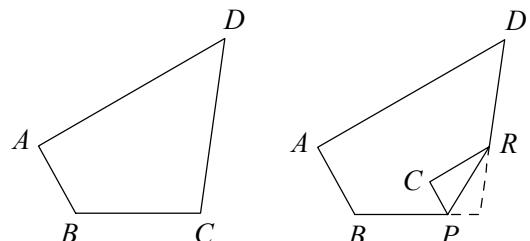
$$\Rightarrow \angle CPR = \angle QPR = 120^\circ \div 2 = 60^\circ$$

$$\Theta \overline{CR} \parallel \overline{AD} \quad \therefore \angle CRQ = \angle ADR = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CPR = \angle QPR = 50^\circ \div 2 = 25^\circ$$

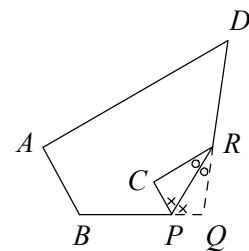
在 $\triangle CPR$ 中， $\angle PCR = 180^\circ - 60^\circ - 25^\circ = 95^\circ$

答案選 (C)



圖(五)

圖(六)



17. 如圖(八)，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{BC} = 12$ ， M 為 \overline{BC} 中點，
 M 到 \overline{AD} 的距離為 8。若分別以 B 、 C 為圓心， \overline{BM} 長為半
 徑畫弧，交 \overline{AB} 、 \overline{CD} 於 E 、 F 兩點，則圖中灰色區域面積
 為何？

【96 年第一次】

- (A)
- $96 - 12\pi$
- (B)
- $96 - 18\pi$
- (C)
- $96 - 24\pi$
- (D)
- $96 - 27\pi$

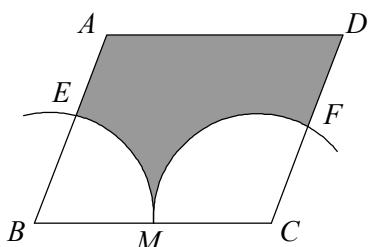
重點：平行觀念(同側內角互補)、扇形面積求法平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle EBM + \angle FCM = 180^\circ$ (同側內角互補)

$$\Theta M \text{ 為 } \overline{BC} \text{ 中點} \quad \therefore \overline{BM} = \overline{CM}$$

故灰色區域面積 = 平行四邊形 $ABCD$ - 扇形 BEM - 扇形 CFM

$$\begin{aligned} &= 12 \times 8 - \frac{\angle EBM}{360^\circ} \times 6^2 \times \pi - \frac{\angle FCM}{360^\circ} \times 6^2 \times \pi \\ &= 12 \times 8 - \left(\frac{\angle EBM + \angle FCM}{360^\circ} \right) \times 6^2 \times \pi \\ &= 96 - \frac{1}{2} \times 36 \times \pi \\ &= 96 - 18\pi \end{aligned}$$

答案選 (B)



圖(八)

18. 已知小娟家的地板全由同一形狀且大小相同的地磚緊密地鋪成。若此地磚的形狀邊形是一正多邊形，則下列何者不可能是此地磚的形狀？

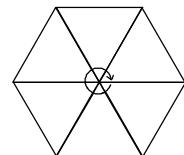
【96年第一次】

- (A) 正三角形 (B) 正方形 (C) 正五邊形 (D) 正六邊形

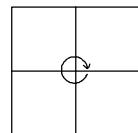
重點：複合平面圖形之應用

由題意可知，若要能緊密鋪好地板，其正多邊形的內角必為 360° 的因數

選項(A)：正三角形的內角為 $180^\circ \div 3 = 60^\circ$ (為 360° 的因數)



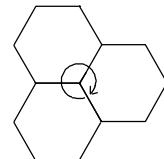
選項(B)：正方形的內角為 $360^\circ \div 4 = 90^\circ$ (為 360° 的因數)



選項(C)：正五邊形的內角為 $(5 - 2) \times 180^\circ \div 5 = 108^\circ$ (不為 360° 的因數)

因此無法將地磚緊密地鋪成

選項(D)：正六邊形的內角為 $(6 - 2) \times 180^\circ \div 6 = 120^\circ$ (為 360° 的因數)



答案選 (C)

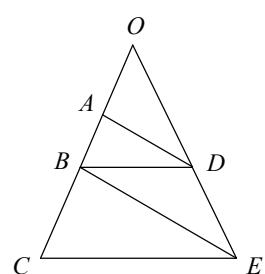
19. 如右圖， $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ ， $\overline{BD} \parallel \overline{CE}$ 且 $\overline{OD} : \overline{OE} = 3 : 5$ 。 $\overline{OA} = 2$ 公分，
則 $\overline{OC} = ?$

- (A) $\frac{10}{3}$ 公分 (B) $\frac{5}{3}$ 公分 (C) $\frac{100}{9}$ 公分 (D) $\frac{50}{9}$ 公分

重點：平行線截比例線段

$$\begin{cases} \overline{AD} \parallel \overline{BE} \\ \overline{BD} \parallel \overline{CE} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{OA} : \overline{OB} = \overline{OD} : \overline{OE} \\ \overline{OB} : \overline{OC} = \overline{OD} : \overline{OE} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overline{OA} : \overline{OB} = \overline{OB} : \overline{OC}$$



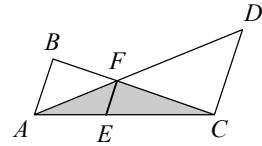
$$\text{又 } \overline{OB} = \frac{10}{3} \text{ 公分且 } \overline{OA} = 2 \text{ 公分} \Rightarrow \overline{OC} = \frac{10}{3} \times \frac{10}{3} \div 2 = \frac{50}{9}$$

答案選 (D)

20. 如右圖， $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{CD}$ 。若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{CD} = 9$ ，則 $\overline{EF} = ?$

(A) 1.8 (B) 2.4 (C) 3.2 (D) 3.6

重點：比例線段的應用



$$\frac{\overline{EF}}{6} = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}} \dots (1) \quad \frac{\overline{EF}}{9} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} \dots (2)$$

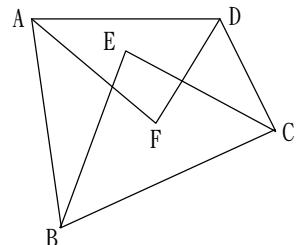
$$\text{由(1)+(2)得 } \frac{\overline{EF}}{6} + \frac{\overline{EF}}{9} = 1 \Rightarrow \overline{EF} = 3.6 \quad \text{答案選 (D)}$$

21. 右圖四邊形 ABCD 中， $\angle B$ 和 $\angle C$ 的角平分線交於 E 點， $\angle A$ 和 $\angle D$

的角平分線交於 F 點。若 $\angle E = 110^\circ$ ，求 $\angle F$ 的度數為多少？

(A) 60° (B) 70° (C) 80° (D) 90°

重點：角平分線與多邊形內角和應用



$$\angle E = 180^\circ - (\angle EBC + \angle ECB)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle DCB) = 110^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ABC + \angle DCB = 140^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BAD + \angle CDA = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$$

$$\Rightarrow \angle F = 180^\circ - \frac{1}{2} \times 220^\circ = 70^\circ \quad \text{答案選 (B)}$$

22. 如附圖，四邊形 $MBNH$ 是平行四邊形 $ABCD$ 和平行四邊形 $EFGH$ 重疊的部分。

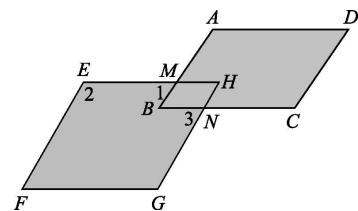
已知 $\angle 1 = 55^\circ$ 、 $\angle 2 = 120^\circ$ 、 $\angle 3 = 65^\circ$ ，試求 $\angle MHN$ 的度數。

(A) 50° (B) 55° (C) 60° (D) 65°

重點：平行四邊形對角相等

$$\angle MHN = \angle F = 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

答案選 (B)



23. 承上題，四邊形 $MBNH$ 是否為平行四邊形？(A) 否 (B) 是

重點：平行四邊形之性質

$\because \angle BMH = 125^\circ$ ， $\angle BNH = 115^\circ$ ， $\therefore \angle BMH \neq \angle BNH$ ，故 $MBNH$ 不為平行四邊形。

答案選 (A)

24. 如附圖，平行四邊形 $ABCD$ 、平行四邊形 $BCEF$ 在同一平面上，

若 $\angle 1 = 43^\circ$ 、 $\angle 2 = 104^\circ$ 、 $\angle 3 = 35^\circ$ ，求 $\angle CDE = ?$

- (A) 65° (B) 72° (C) 80° (D) 84°

重點：平行四邊形之性質，鄰角分別互補，兩雙對角分別相等。

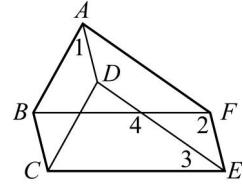
平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle BCD = \angle 1 = 43^\circ$

平行四邊形 $BCEF$ 中， $\angle BCE = \angle 2 = 104^\circ$

$$\therefore \angle DCE = \angle BCE - \angle BCD = 104^\circ - 43^\circ = 61^\circ$$

$$\text{又} \triangle CDE \text{ 中，} \angle CDE = 180^\circ - 61^\circ - 35^\circ = 84^\circ$$

答案選 (D)



25. 將一張長方形 $ABDC$ 的紙條摺疊之後，如圖所示，求 $\angle 1$ 等於幾度？

- (A) 69° (B) 72° (C) 86° (D) 90°

重點：平行線的性質

$$\because \overline{AC} \parallel \overline{BD},$$

$$\therefore \angle 4 = 36^\circ \text{ (同位角相等)}$$

$$\angle 1 = \angle 2 \text{ (內錯角相等)}$$

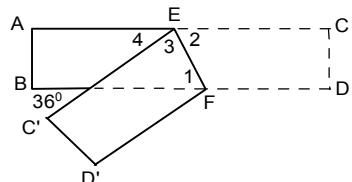
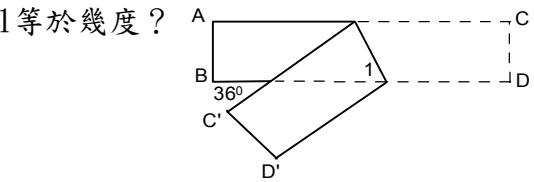
\because 摺疊角度重合

$$\therefore \angle 2 = \angle 3$$

$$\angle 4 + \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ \text{ (平角)}$$

$$\Rightarrow 36^\circ + \angle 1 + \angle 1 = 180^\circ \Rightarrow \angle 1 = 72^\circ$$

答案選 (B)



26. 如附圖， $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ ，若 $\triangle ABC$ 面積是 15 平方公分， $\triangle ADC$ 面積是

12 平方公分，則 $\triangle ABE$ 面積為何？

- (A) 27 平方公分 (B) 28 平方公分 (C) 29 平方公分 (D) 30 平方公分

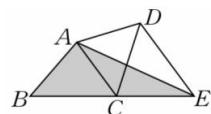
重點：同底等高，平行線等距離

$$\because \overline{DE} \parallel \overline{AC}$$

$$\therefore \triangle ADC \text{ 面積} = \triangle ACE \text{ 面積} \text{ (同底等高)}$$

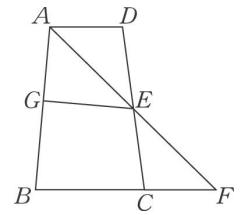
$$\Rightarrow \triangle ABE \text{ 面積} = \triangle ABC \text{ 面積} + \triangle ACE \text{ 面積} = 15 + 12 = 27 \text{ (平方公分)}$$

答案選 (A)



27. 如附圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 為 \overline{CD} 的中點，延長 \overline{AE} 交 \overline{BC} 的延長線於 F ，若 $\overline{AD}=8$ ， $\overline{BC}=12$ ， $\triangle ABF$ 中， \overline{BF} 上的高為 16，若 $\overline{EG} \perp \overline{AB}$ ，且 $\overline{AB}=18$ ，求 $\overline{EG}=?$

(A) $\frac{71}{9}$ (B) 8 (C) $\frac{80}{9}$ (D) $\frac{85}{9}$



重點：梯形的中線性質。

連 \overline{BE} ， $ABCD$ 面積 = $\triangle ABE$ 面積 + $\triangle ADE$ 面積 + $\triangle BCE$ 面積

$$\frac{(8+12) \times 16}{2} = \frac{18 \times \overline{EG}}{2} + \frac{8 \times 8}{2} + \frac{12 \times 8}{2},$$

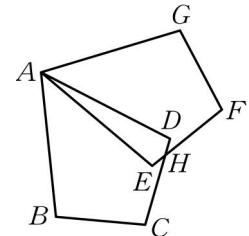
$$\therefore \overline{EG} = \frac{80}{9}$$

答案選 (C)

28. 如附圖，四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $AEFG$ 為兩個全等鳶形， \overline{EF} 與 \overline{CD} 相交於 H 。若 $\angle ABC=\angle BCD=\angle ADC=\angle BAG=101$ 度，則 $\angle DHF=?$

(A) 35° (B) 40° (C) 45° (D) 50°

重點：鳶形的性質。

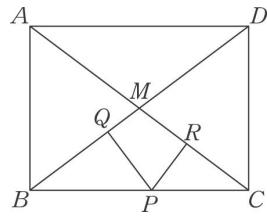


$$\begin{aligned} \because \angle BAD &= 360^\circ - 101^\circ \times 3 = 57^\circ, \therefore \angle DAE = 57^\circ \times 2 - 101^\circ = 13^\circ \\ \Rightarrow \angle DHE &= 360^\circ - 101^\circ \times 2 - 13^\circ = 145^\circ \\ \therefore \angle DHF &= 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ \end{aligned}$$

答案選 (A)

29. 如附圖，在矩形 $ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 相交於 M 。設 $\overline{AB}=6$ 、 $\overline{AD}=8$ ， P 為 \overline{BC} 上一點，且 $\overline{PQ} \perp \overline{BD}$ 於 Q ， $\overline{PR} \perp \overline{AC}$ 於 R ，求 $\overline{PQ}+\overline{PR}=?$

(A) 4.5 (B) 4.8 (C) 5.2 (D) 5.5



重點：平行四邊形之兩對角線互相平分。

$$\triangle BCM \text{ 面積} = \frac{1}{4} \text{ 矩形 } ABCD \text{ 面積} = \frac{1}{4} \times 6 \times 8 = 12$$

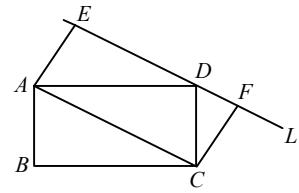
$$\text{作 } \overline{PM}, \triangle BCM = \frac{1}{2} \times \overline{BM} \times \overline{PQ} + \frac{1}{2} \times \overline{CM} \times \overline{PR}$$

$$\Leftrightarrow 12 = \frac{1}{2} \times \sqrt{6^2 + 8^2} \times \frac{1}{2} \times \overline{PQ} + \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{1}{2} \times \overline{PR}, \Leftrightarrow 12 = \frac{5}{2}(\overline{PQ} + \overline{PR}),$$

$$\therefore \overline{PQ} + \overline{PR} = \frac{24}{5} = 4.8$$

答案選 (B)

30. 如圖，ABCD為一矩形，過D作直線L與 \overline{AC} 平行後，再分別自A、C作直線與L垂直，垂足為E、F。若圖中 $\triangle ADE$ 與 $\triangle CDF$ 的面積和為a， $\triangle ABC$ 的面積為b，則a:b=?
 (A) 2:1 (B) 1: $\sqrt{2}$ (C) 1:2 (D) 1:1



重點：平行線性質，同底等高面積相等

因 ABCD為一矩形，所以 $\overline{AE} = \overline{CF}$ ， $\overline{AC} = \overline{EF}$

$$\begin{aligned} a &= \Delta ADE + \Delta CDF = \frac{1}{2} \times \overline{DE} \times \overline{AE} + \frac{1}{2} \times \overline{DF} \times \overline{CF} \\ &= \frac{1}{2}(\overline{DE} + \overline{DF}) \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times \overline{EF} \times \overline{AE} \end{aligned}$$

$$b = \Delta ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{AE}$$

$$\Rightarrow a:b = \frac{1}{2} \times \overline{EF} \times \overline{AE} : \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{AE} = 1:1$$

答案選 (D)

31. 如圖，已知 $\overline{AB} // \overline{CD}$ ， $\overline{AE} // \overline{DF}$ ，且 $\angle B=45^\circ$ ， $\angle BFD=120^\circ$ ， $\angle C=86^\circ$ ，求 $\angle AEC=?$
 (A) 60° (B) 131° (C) 165° (D) 161°

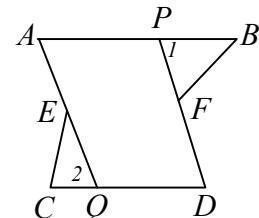
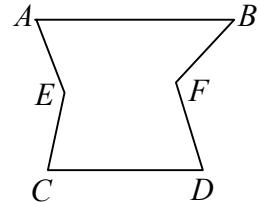
重點：平行線性質

因 $\angle BFD$ 為 $\triangle BFP$ 的外角，所以 $\angle 1=120^\circ - 45^\circ = 75^\circ$

又因 $\overline{AB} // \overline{CD}$ ， $\overline{AE} // \overline{DF}$ ，所以 $\angle 1=\angle A=\angle 2=75^\circ$

$$\Rightarrow \angle AEC=86^\circ + 75^\circ = 161^\circ$$

答案選 (D)



32. 如圖所示， \overline{AB} 平行 \overline{DE} ， $\angle A=120^\circ$ ， $\angle D=32^\circ$ ，且 $\angle BCD$ 的補角是 113° ，求 $\angle B$ 的角度為多少？

- (A) 35° (B) 34° (C) 25° (D) 24°

重點：平行線性質

延長 \overline{BC} 交 \overline{DE} 於F點

因 $\angle BCD$ 的補角是 113° ，所以 $\angle 1=113^\circ$

$$\Rightarrow \angle 2=113^\circ + 32^\circ = 145^\circ$$

$$\Rightarrow \angle B=180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

