

二元一次聯立方程式

一、二元一次聯立方程式：

當用兩個未知數，列出兩個二元一次方程式來表示情境中的數量關係時，我們就把這兩個方程式並列時，且稱並列在一起的方程式為二元一次聯立方程式，或二元一次方程組。如：

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}。$$

二、解二元一次聯立方程式：

1. 用代入消去法解二元一次聯立方程式：

【範例】：解下列二元一次聯立方程式：

$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$$

解：

$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \cdots\cdots(1) \\ x - 3y = -3 \cdots\cdots(2) \end{cases}$$

由(2)可得 $x = -3 + 3y$ 將其代入(1)，我們可得：

$$3(-3 + 3y) + 2y = 13$$

$$-9 + 9y + 2y = 13$$

$$11y = 13 + 9$$

$$y = 2$$

將 $y = 2$ 代入(2)，我們可得： $x - 6 = -3$

$$x = 3$$

故 $x = 3$ ， $y = 2$ 為二元聯立方程組的解。

2. 用加減消去法解二元一次聯立方程式：

【說明】：將二元一次聯立方程組的兩式分別乘除幾倍，兩式相加或相減，使兩個未知數變成一個未知數。利用解一元一次方程式的解法先解出一個未知數，然後再解第二個未知數。

【範例】：解下列各二元一次聯立方程式：

$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$$

解：

$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \cdots\cdots(1) \\ x - 3y = -3 \cdots\cdots(2) \end{cases}$$

將①乘3，將②乘2，可得：

$$\begin{cases} 9x + 6y = 39 \cdots\cdots(3) \\ 2x - 6y = -6 \cdots\cdots(4) \end{cases}$$

將③相加④，可得：

$$(9x + 6y) + (2x - 6y) = 39 - 6$$

$$9x + 2x + 6y - 6y = 33$$

$$11x = 33$$

$$x = 3$$

將 $x = 3$ 代入①，我們可得： $9 + 2y = 13$

$$y = 2$$

故 $x = 3$ ， $y = 2$ 為二元聯立方程組的解。

三、解應用問題：

利用二元一次聯立方程式解決生活情境中的問題，解題步驟為：

1. 認清題意設定兩個適當的未知數。
2. 依題意列出二元一次聯立方程式。
3. 利用代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式。

【範例】：某人行 35 公里的路，第一段每小時行 4 公里，第二段每小時行 5 公里，若以每小時行 4 公里的速度改為每小時行 5 公里，而每小時行 5 公里的速度改為每小時行 4 公里，則可比原路多行 2 公里，問原路程共需費多少小時？

解：設第一段時間為 x ，第二段時間為 y

$$\begin{cases} 4x + 5y = 35 \cdots \cdots ① \\ 5x + 4y = 37 \cdots \cdots ② \end{cases}$$

由①+② 可得：

$$9x + 9y = 72 \Leftrightarrow x + y = 8 \cdots \cdots ③$$

由①+③ $\times 4$ 可得：

$$y = 3 \text{ 代入 } ③ \text{ 得：} x = 5$$

所以第一段時間為 5 小時，第二段時間為 3 小時，原路程共費時 8 小時。

答：原路程共需費 8 小時。

1. 某商店促銷活動，買 3 包餅乾和 2 個麵包，僅需 105 元。若小芬至此商店購買 6 包餅乾和 4 個麵包，付 500 元鈔票一張，應可找回多少元？ 【90 年第一次基測】

(A) 290 (B) 395 (C) 105 (D) 210

重點：兩個未知數的列式

設餅乾每包 x 元麵包每個 y 元

則原題意為 $3x + 2y = 105$ ，所以 $6x + 4y = 105 \times 2 = 210$

$\therefore 500 - 210 = 290$ (元)

答案選 (A)

2. 守守到郵局，買了 5 元與 12 元的兩種郵票共 29 張，花了 250 元；若 5 元郵票買 x 張，12 元郵票買 y 張，下列哪一個聯立方程式是正確的？ 【90 年第一次基測】

(A) $\begin{cases} x + y = 250 \\ 5x + 12y = 29 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + y = 29 \\ 5x + 12y = 250 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + y = 250 \\ 12x + 5y = 29 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x + y = 29 \\ 12x + 5y = 250 \end{cases}$

重點：依題意列二元一次聯立方程式

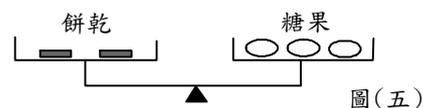
答案選 (B)

3. 已知每塊餅乾的重量都相同，每顆糖果的重量都相同。 【90 年第一次基測】

守守拿了一個等臂天平，測量餅乾與糖果的重量，得到結果如下：

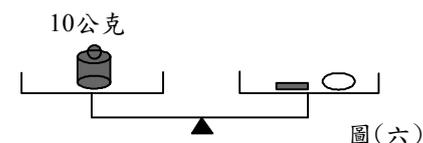
第一次：左邊秤盤放二塊餅乾，右邊秤盤放三顆糖果

糖果；結果天平兩臂平衡，如圖(五)。



第二次：左邊秤盤放 10 公克砝碼，右邊秤盤放一塊

餅乾和一顆糖果；結果天平兩臂平衡，如圖(六)。



第三次：左邊秤盤放一顆糖果，右邊秤盤放一塊餅乾；

下列哪一個方法可使天平兩臂再度平衡？

(A) 在糖果的秤盤上加 2 公克砝碼 (B) 在餅乾的秤盤上加 2 公克砝碼

(C) 在糖果的秤盤上加 5 公克砝碼 (D) 在餅乾的秤盤上加 5 公克砝碼

重點：二元一次聯立方程式的列式與求解

設每塊餅乾為 x 公克，每顆糖果為 y 公克，則原題意為

$$\begin{cases} 2x = 3y \\ x + y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 3y \\ 2x + 2y = 20 \end{cases} \Rightarrow 3y + 2y = 20 \Rightarrow y = 4$$

代入得 $x = 6$

$\Rightarrow 2 + y$ (糖果 4 公克) = x (餅乾 6 公克)

答案選 (A)

4. 已知二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$ 的解為 $x = a$ ， $y = b$ ，則 $a + b = ?$

(A) 3 (B) -1 (C) $\frac{19}{5}$ (D) $\frac{13}{39}$

【90 年第二次基測】

重點：解二元一次聯立方程式

將原題改為 $\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 9x - 3y = 3 \end{cases}$ 再將兩式相加得 $13x = 13 \Rightarrow x = 1$ 代入可得 $y = 2$

故 $a + b = x + y = 1 + 2 = 3$

答案選 (A)

5. 羽毛球的售價分成兩種：比賽用球每打 300 元，練習用球每打 250 元。創創共買了 10 打羽毛球，結帳時店員將兩種價目看反了，結果使得創創多付了 100 元。設比賽用球買 x 打，練習用球買 y 打，則下列哪一個二元一次方程組可用來表示題目中的數量關係？

(A) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 300x + 250y = 3100 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 300x + 250y = 2600 \end{cases}$ 【90 年第二次基測】

(C) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 300x + 250y = 300y + 250x - 100 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 300x + 250y = 300y + 250x + 100 \end{cases}$

重點：依題意列二元一次方程式

$x + y = 10$ 似乎不用討論，因為 4 個答案都有

依題意：正確的價錢 + 100 = 錯誤的價錢

$$\Rightarrow 300x + 250y + 100 = 250x + 300y$$

$$\Rightarrow 300x + 250y = 300y + 250x - 100$$

答案選 (C)

6. 小健全班在週末至墾丁與鵝鑾鼻郊遊，38 人共租了 16 輛協力車。同學協議每輛只能兩人共騎或三人共騎。請問在這 16 輛協力車中，由兩人共騎的有幾輛？

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12

【91 年第一次基測】

重點：二元一次聯立方程式的列式與求解

設兩人共騎有 x 輛；三人共騎有 y 輛

$$\begin{cases} x+y=16 & \Lambda & (1) \\ 2x+3y=38 & \Lambda & (2) \end{cases} \quad \text{由 (2)-(1)} \times 2 \Rightarrow y=6 \text{ 代入 (1)} \Rightarrow x=10$$

答案選 (C)

7. 超快網路咖啡店，提供順暢的上網服務，其收費標準如下：

- (1)基本費用：每次 50 元（可使用 t 分鐘）
 (2)超過 t 分鐘時：超過的部分每分鐘收費 s 元（不足 1 分鐘以 1 分鐘計）

小賢第一次至此店上網 120 分鐘，花了 130 元；第二次到同一家店上網 150 分鐘，花了 160 元。請問 t 為多少？

【91 年第一次基測】

(A) 25 (B) 30 (C) 35 (D) 40

重點：二元一次聯立方程式的列式與求解

$$\text{由題意：} \begin{cases} 50+(120-t) \times s=130 \\ 50+(150-t) \times s=160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (120-t) \times s=80 & \Lambda & (1) \\ (150-t) \times s=110 & \Lambda & (2) \end{cases}$$

$$\text{由 (1)} \div \text{(2) 得：} \frac{120-t}{150-t} = \frac{8}{11}$$

$$\Rightarrow 1200-8t=1320-11t \Rightarrow 3t=120 \Rightarrow t=40$$

答案選 (D)

8. 已知二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x+\frac{1}{4}y=9 \\ \frac{1}{5}x+y=17 \end{cases}$ 的解為 $x=a$ ， $y=b$ ，則 $|a-b|=?$

(A) 1 (B) 11 (C) 13 (D) 16

【91 年第二次基測】

重點：解二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} x + \frac{1}{4}y = 35 & \Lambda & (1) \\ \frac{1}{5}x + y = 17 & \Lambda & (2) \end{cases} \quad \text{由 (1) } \times 4 \text{ 與 (2) } \times 5 \text{ 可得 } \begin{cases} 4x + y = 36 & \Lambda & (3) \\ x + 5y = 85 & \Lambda & (4) \end{cases}$$

$$\text{又 (4) } \times 4 - (3) \text{ 可得 } 19y = 304 \Rightarrow y = 16$$

$$\text{代回 (1) 得 } x = 5 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 = a \\ y = 16 = b \end{cases} \Rightarrow |a - b| = |5 - 16| = 11$$

答案選 (B)

9. 表(一)是創創和守守比賽投籃球的紀錄表。若以命中率(投進球數與投球次數的比值)來比較投球成績的好壞,得知他們的成績一樣好,則下列 x 與 y 的關係哪一項是錯誤的?

表(一)

學生	投進球數	沒投進球數	投球次數
創創	20	10	30
守守	x	y	45

- (A) $x - y = 10$ (B) $x + y = 45$
 (C) $x : y = 20 : 10$ (D) $x : 45 = 20 : 30$

【91年第二次基測】

重點：未知數的列式、比與比值

$$\text{依題意：} \begin{cases} x + y = 45 & \Lambda & (1) \\ \frac{20}{30} = \frac{x}{45} & \Lambda & (2) \end{cases} \quad \text{由 (2) 得 } x = 30 \text{ 代回 (1) 得 } y = 15$$

- \Rightarrow (A) 的選項： $x - y = 15 \neq 10$
 (B) 的選項： $x + y = 45 \neq 12$
 (C) 的選項： $x : y = 30 : 15 = 20 : 10$
 (D) 的選項： $x : 45 = 20 : 30$

答案選 (A)

10. 小玲的錢包內有百元鈔票 x 張,拾元硬幣 y 個,請問錢包內有多少元?

- (A) $x + y$ (B) $10x + y$ (C) $100x + 10y$ (D) $110(x + y)$ 【92年第一次基測】

重點：未知數的列式

依題意,答案為 $100x + 10y$ (元)

答案選 (C)

11. 求聯立方程式 $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$ 的解為何？

【92年第二次基測】

- (A) $x=2, y=-\frac{3}{2}$ (B) $x=3, y=1$
 (C) $x=1, y=-1$ (D) $x=3, y=-2$

重點：解二元一次聯立方程式

將兩式相減得 $\Rightarrow 2x=6$ 所以 $x=3$ 代入得 $y=-2$

答案選 (D)

12. 創創家有 10 人、守守家有 8 人，兩家人一同看表演，該場表演的票價如圖(十六)所示。若創創家的總票價比守守家少 60 元，則創創家的半票比守守家的半票多幾張？【93年第一次基測】

票價	
全票	60元/張
半票	30元/張

圖(十六)

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6

重點：二元一次聯立方程式的列式與求解

設創創家的半票有 x 張，守守家的半票有 y 張

$$(10-x) \times 60 + 30x = (8-y) \times 60 + 30y - 60$$

$$600 - 60x + 30x = 480 - 60y + 30y - 60$$

$$-30x + 30y = -180 \quad \Rightarrow \quad x - y = 6$$

答案選 (D)

13. $x=1, y=1$ 為下列哪一個二元一次聯立方程式的解？

【93年第二次基測】

- (A) $\begin{cases} 19x-11y=30 \\ 21x+4y=25 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 37x+17y=20 \\ 16x-15y=31 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} 15x+17y=32 \\ 16x-11y=27 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 29x-18y=11 \\ 23x+17y=40 \end{cases}$

重點：代入解二元一次聯立方程式

(A) $19-11=8 \neq 30$ (B) $37+17=54 \neq 20$

(C) $\begin{cases} 15+17=32 \\ 16-11=5 \neq 27 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 29-18=11 \\ 23+17=40 \end{cases}$

答案選(D)

14. 已知花生糖 1 顆 2 元，梅子糖 2 顆 1 元。若小詩買花生糖及梅子糖共 60 顆，花了 60 元，則此兩種糖果的數量關係為何？

【93 年第二次基測】

- (A) 花生和梅子糖一樣多 (B) 花生糖比梅子糖多 30 顆
(C) 花生糖比梅子糖少 20 顆 (D) 花生糖比梅子糖少 30 顆

重點：二元一次聯立方程式的列式與求解

$$\text{設花生糖買 } x \text{ 顆，梅子糖買 } y \text{ 顆} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 60 & \Lambda \quad (1) \\ 2x + \frac{1}{2}y = 60 & \Lambda \quad (2) \end{cases}$$

$$(2) \times 2 \Rightarrow 4x + y = 120 \quad \Lambda \quad (3)$$

$$(3) - (1) \Rightarrow 3x = 60 \Rightarrow x = 20 \text{ 代入 } (1) \text{ 得 } y = 40$$

\therefore 花生糖比梅子糖少 20 顆

答案選 (C)

15. 圖(十二)是某電信公司的通話費計算方式：

300 秒以內只繳基本費，超過 300 秒之後的費用，與通話時間成線型函數關係。則基本費是多少元？ 【93 年第二次基測】

- (A) 26 (B) 28 (C) 30 (D) 32

重點：二元一次的列式求解

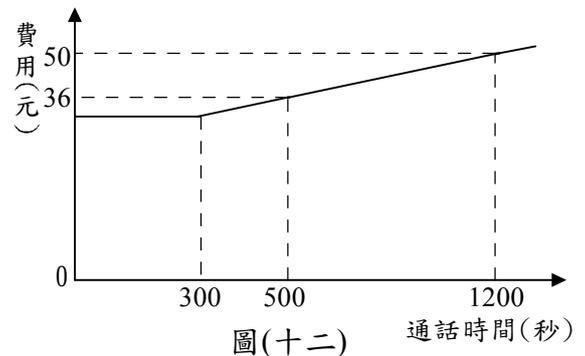
假設此線性函數為 $y = ax + b$ ，將 $(500, 36)$ ， $(1200, 50)$

$$\begin{cases} 36 = 500a + b \\ 50 = 1200a + b \end{cases} \Rightarrow 700a = 14 \Rightarrow a = \frac{1}{50}$$

$$\therefore b = 36 - 500 \times \frac{1}{50} = 26, \text{ 可得 } 300 \text{ 秒為基準的關係式為 } y = \frac{1}{50}x + 26$$

$$\therefore \text{基本費} = \frac{1}{50} \times 300 + 26 = 32 \text{ (元)}$$

答案選 (D)



16. 某人帶了 400 元到市場買水果，如果他買 3 個蘋果、5 個水梨，則剩下 30 元；如果他買 5 個蘋果、4 個水梨，則剛好把錢用完。設蘋果每個 x 元，水梨每個 y 元，則依題意可列出下列哪一組聯立方程式？

【94 年第一次基測】

$$(A) \begin{cases} 5x + 3y = 430 \\ 4x + 5y = 400 \end{cases} \quad (B) \begin{cases} 3x + 5y = 430 \\ 5x + 4y = 400 \end{cases} \quad (C) \begin{cases} 5x + 3y = 370 \\ 4x + 5y = 400 \end{cases} \quad (D) \begin{cases} 3x + 5y = 370 \\ 5x + 4y = 400 \end{cases}$$

重點：認清題意，且能按題意列出二元一次聯立方程式。

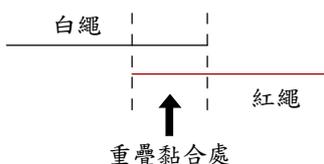
依題意，剩下 30 元，則 $3x + 5y = 400 - 30 = 370$ (元)

剛好用完，則 $5x + 4y = 400$ (元)

答案選 (D)

17. 如附圖，將一白繩的 $\frac{3}{8}$ 與一紅繩的 $\frac{1}{3}$ 重疊並以膠帶黏合，形成一條長為 238 公分的繩子。

求未黏合前，兩繩長度相差多少公分？【94 年第一次基測】



- (A) 14 (B) 17 (C) 28 (D) 34

重點：能按題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。(考代入消去法，分數運算)

設白繩長 x 公分，紅繩長 y 公分

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{8}x = \frac{1}{3}y & \Lambda \quad (1) \\ x + \frac{2}{3}y = 238 & \Lambda \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{由 (1) 得 } y = \frac{9}{8}x \quad \Lambda \quad (3) \text{ 代入 (2) 得 } x + \frac{2}{3} \times \frac{9}{8}x = 238 \Rightarrow \frac{7}{4}x = 238$$

$$\text{所以 } x = 136 \text{ 代入 (3) 得 } y = 53, \therefore y - x = 53 - 136 = -83 \text{ (公分)}$$

答案選 (B)

18. 某書店的文具價格為：鉛筆一支 7 元、原子筆一支 15 元、橡皮擦一個 20 元。若有 5 位小朋友，每人各買一件文具，共花了 64 元，則其中有幾人買原子筆？

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

【94 年第二次基測】

重點：設未知數列出方程式，解聯立方程式，並清楚二元一次方程式解的意義。

設有 x 人買鉛筆， y 人買原子筆， z 人買橡皮擦

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5 & \Lambda \quad (1) \\ 7x + 15y + 20z = 64 & \Lambda \quad (2) \end{cases}, \text{ 由 } 20 \times (1) - (2) \text{ 可得 } 13x + 5y = 36$$

$$\text{因為 } x, y, z \text{ 皆為整數，所以 } x = 2, y = 2 \Rightarrow z = 1。$$

答案選 (C)

19. 大華、小明兩兄弟與父母量體重，已知母親和大華共 110 公斤，父親和小明共 120 公斤。若大華比小明重 3 公斤，則父親比母親重多少公斤？ **【94 年第二次基測】**

(A) 7 (B) 10 (C) 13 (D) 17

重點：清楚二元一次方程式解的意義。

設母親體重 y 公斤，則大華體重 $(110-y)$ 公斤，

設父親體重 x 公斤，則小明體重 $(120-x)$ 公斤

又 \because 大華比小明重 3 公斤， $\therefore (110-y)-(120-x)=3 \Rightarrow 110-y-120+x=3 \Rightarrow x-y=13$

答案選 (C)

20. 哥哥與弟弟各有數張紀念卡。已知弟弟給哥哥 10 張後，哥哥的張數就是弟弟的 2 倍；若哥哥給弟弟 10 張，兩人的張數就一樣多。設哥哥的張數為 x 張，弟弟的張數為 y 張，依題意下列列式何者正確？ **【94 年第二次基測】**

(A) $\begin{cases} 2(y-10)=x \\ y=x-10 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} y-10=2x \\ y=x-10 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} y-10=2x \\ x-10=y+10 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 2(y-10)=x+10 \\ x-10=y+10 \end{cases}$

重點：認清題意，且能按題意列出二元一次聯立方程式。

設哥哥的張數為 x 張，弟弟的張數為 y 張

依題意：弟弟給哥哥 10 張，哥哥是弟弟的 2 倍 $\Rightarrow 2(y-10)=x+10$

又哥哥給弟弟 10 張，兩人張數一樣多 $\Rightarrow x-10=y+10$

答案選 (D)

21. 若 $\frac{3x-2y}{6} + \frac{2x-4y}{3} - \frac{x-2y}{2} = 10^5$ ，則 $x-y = ?$ **【94 年第二次基測】**

(A) 0 (B) 1 (C) 10^5 (D) 1.5×10^5

重點：二元一次方程式的化簡。

因為 $\frac{3x-2y+2(2x-4y)-3(x-2y)}{6} = 10^5$

$\Rightarrow \frac{3x-2y+4x-8y-3x+6y}{6} = 10^5 \Rightarrow 4x-4y = 6 \times 10^5$

所以 $x-y = \frac{6 \times 10^5}{4} = 1.5 \times 10^5$

答案選 (D)

22. 若二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 3x-2y=9 \\ 4x+3y=29 \end{cases}$ 的解為 $x=a$ ， $y=b$ ，則 $a+b=?$

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

【95年第二次基測】

重點：解二元一次聯立方程式。

$$\begin{cases} 3x-2y=9 \\ 4x+3y=29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x-6y=27 \text{ L (1)} \\ 8x+6y=58 \text{ L (2)} \end{cases}, (1)+(2): 17x=85 \Rightarrow x=5$$

將 $x=5$ 代入 (2) 可得 $y=3$ ，因此 $a=5, b=3 \Rightarrow a+b=5+3=8$

答案選 (B)

23. 表(一)為小美採買火鍋料的收據，但因汙損導致幾個重要數據無法辨識。根據表(一)判斷粉絲與茼蒿的數量差異為何？【95年第二次基測】

- (A) 粉絲比茼蒿多 2 包 (B) 茼蒿比粉絲多 2 包
(C) 粉絲比茼蒿多 4 包 (D) 茼蒿比粉絲多 4 包

重點：設未知數，解二元一次聯立方程式。

把不知道(汙損)設成未知數

設粉絲有 x 包，茼蒿有 y 包， $x+y=16-10=6$

雞蛋金額為 $17 \times 2 = 34$ (元)

$$39x+30y=740-178-264-75-34=189, \quad 13x+10y=63。$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=6 \text{ L (1)} \\ 13x+10y=63 \text{ L (2)} \end{cases} \text{ 由 } (1) \times 10 - (2): x=1 \Rightarrow y=6-1=5$$

由此可知：茼蒿比粉絲多 4 包。 答案選 (D)。

表(一)

品名	售價(元/包)	數量(包)	金額(元)
綜合火鍋料	89	2	178
粉絲	39		
火鍋肉片		3	264
金針菇	25	3	75
茼蒿	30		
雞蛋	17	2	

購買包數：16
應付總額：740

24. 若二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x+y=3 \\ 3x-2y=4 \end{cases}$ 的解為 $x=a$ ， $y=b$ ，則 $a-b$ 之值為何？

- (A) 1 (B) 3 (C) $-\frac{1}{5}$ (D) $\frac{17}{5}$

【96年第一次基測】

重點：二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} x+y=3 \text{ L (1)} \\ 3x-2y=4 \text{ L (2)} \end{cases},$$

由 $(1) \times 2 + (2)$ 得 $5x=10 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=3-2=1$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\Rightarrow a - b = 2 - 1 = 1$$

答案選 (A)

25. 張老闆以每顆 a 元的單價買進水蜜桃 100 顆。現以每顆比單價多兩成的價格賣出 70 顆後，再以每顆比單價低 b 元的價格將剩下的 30 顆賣出。求全部水蜜桃共賣多少元？(用 a 、 b 表示) 【96 年第一次基測】

- (A) $70a + 30(a - b)$ (B) $70 \times (1 + 20\%) \times a + 30b$
 (C) $100 \times (1 + 20\%) \times a - 30(a - b)$ (D) $70 \times (1 + 20\%) \times a + 30(a - b)$

重點：二元一次聯立方程式的列式

$$\text{由題意可列出 } 1.2a \times 70 + (a - b) \times 30 \Rightarrow 70 \times (1 + 20\%) \times a + 30(a - b)$$

答案選 (D)

26. 小華和小明到同一早餐店買饅頭和米漿。已知小華買了 5 個饅頭和 5 杯米漿；小明買了 7 個饅頭和 3 杯米漿，且小華花的錢比小明少 10 元。關於饅頭與米漿的價錢，下列敘述何者正確？ 【96 年第一次基測】

- (A) 2 個饅頭比 2 杯米漿多 10 元 (B) 2 個饅頭比 2 杯米漿少 10 元
 (C) 12 個饅頭比 8 杯米漿多 10 元 (D) 12 個饅頭比 8 杯米漿少 10 元

重點：二元一次方程式的列式

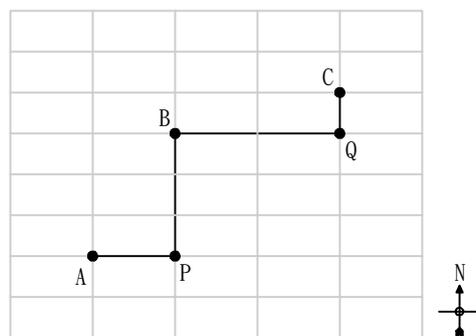
設饅頭一個 x 元，米漿一杯 y 元

$$\text{由題意可列出 } 5x + 5y = (7x + 3y) - 10 \Rightarrow 2x = 2y + 10$$

答案選 (A)

27. 如圖 (七)，某社區的道路是由東西向及南北向垂直方式設計而成。已知東西向相鄰兩條道路之間的距離均為 a 公尺，南北向相鄰兩條道路之間的距離均為 b 公尺。若小明從 A 向東走到 P，再向北走到 B，共走 230 公尺；小華從 B 向東走到 Q，再向北走到 C，共走 210 公尺，則 $a + b = ?$ 【96 年第二次基測】

- (A) 80 (B) 120 (C) 130 (D) 160



圖(七)

重點：二元一次聯立方程式

依題意可知，小明從 A 向東走到 P，再向北走到 B，共走 $a+3b$

小華從 B 向東走到 Q，再向北走到 C，共走 $2a+b$

$$\text{則可列式為} \begin{cases} a+3b=230 \quad \Lambda \quad (1) \\ 2a+b=210 \quad \Lambda \quad (2) \end{cases}$$

利用加減消去法，將 $2 \times (1) - (2)$ 可得：

$$5b=250 \Rightarrow b=50 \quad ,$$

將 $b=50$ 代入(1)，得 $a=80$

$$\text{則 } a+b=80+50=130$$

答案選 (C)

28. 已知 x 、 y 的關係式為 $\frac{x-y}{3} - \frac{x-2y}{4} = \frac{x-3}{12}$ ，求 $y = ?$

【96 年第二次基測】

(A) $-\frac{3}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 3

重點：解二元一次方程式

$$\frac{x-y}{3} - \frac{x-2y}{4} = \frac{x-3}{12} \Rightarrow 4(x-y) - 3(x-2y) = x-3 \Rightarrow 4x-4y-3x+6y = x-3$$

$$\Rightarrow x+2y = x-3 \Rightarrow 2y = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}$$

答案選 (A)

29. $(5x+2y-12)^2 + (4x+3y-11)^2 = 0$ ，則 $x+5y = ?$

(A) -3 (B) 1 (C) 3 (D) 7

重點：平方的觀念，解二元一次聯立方程式。

$$\text{由題意可列出：} \begin{cases} 5x+2y=12 \quad \Lambda \quad (1) \\ 4x+3y=11 \quad \Lambda \quad (2) \end{cases}, \text{由 } (1) \times 3 \text{ 與 } (2) \times 2 \text{ 可得：} \begin{cases} 15x+6y=36 \quad \Lambda \quad (3) \\ 8x+6y=22 \quad \Lambda \quad (4) \end{cases}$$

$$\text{由 } (3) - (4) \text{ 可得 } 7x = 14 \Rightarrow x = 2, \text{ 代入 } (1) : 2y = 12 - 5 \times 2 = 2 \Rightarrow y = 1$$

$$\text{因為 } x+5y = 2+5 = 7$$

答案選 (D)

30. 數學競試共有 50 題試題，每答對 1 題 4 分，錯一題倒扣 2 分，不答不倒扣，若志鈴 12 題未答，得到 116 分，則志鈴答對幾題？

(A) 30 (B) 31 (C) 32 (D) 33

重點：能按題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。

解：設答對 x 題，答錯 y 題

$$\begin{cases} x+y=38 & \Lambda (1) \\ 4x-2y=116 & \Lambda (2) \end{cases}, \text{由}(1)\times 2+(2)\times 2 \text{ 可得: } 6x=192 \Rightarrow x=32$$

答案選 (C)

31. 一船航行河中，順流時速 60 公里，逆流時速 48 公里，則水流時速多少公里？

(A) 5 (B) 5.5 (C) 6 (D) 6.5

重點：順流與逆流的意義，按題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。

設船速 x 公里，水速 y 公里

$$\begin{cases} x+y=60 & \Lambda (1) \\ x-y=48 & \Lambda (2) \end{cases}$$

$$\text{由}(1)-(2) \quad 2y=12 \Rightarrow y=6$$

答案選 (C)

32. 距今 5 年前父年齡是子的 4 倍，3 年後父比子的 2 倍多 12 歲，則距今幾年後父是子的 2 倍？

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25

重點：能理解時間相對的觀念，按題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。

設父現年 x 歲，子現年 y 歲

$$\begin{cases} x-5=4(y-5) & \Lambda (1) \\ (x+3)-2(y+3)=12 & \Lambda (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4y=-15 & \Lambda (3) \\ x-2y=15 & \Lambda (4) \end{cases}$$

$$\text{由}(3)-(4) \text{ 可得: } -2y=-30 \Rightarrow y=15$$

$$\text{代入}(4): x=15+2\times 15=45$$

設距今 k 年後父是子的 2 倍

$$5+k=2\times(15+k) \Rightarrow 5+k=30+2k \Rightarrow k=15$$

答案選 (B)

33. 有省水及一般兩種方式的沖水馬桶，已知每次省水方式用水量的 3 倍與一般方式用水量的 2 倍相等，若每次省水方式用水量的 5 倍與一般方式用水量的 3 倍共用水 38 公升，問省水方式用水量與一般方式用水量每次共用水多少公升？

- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16

重點：能按題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。

將省水方式用水量每次 x 公升，一般方式用水量每次 y 公升

$$\therefore 3x = 2y \Rightarrow 3x - 2y = 0 \Rightarrow 9x - 6y = 0 \quad \Lambda (1), \quad 5x + 3y = 38 \Rightarrow 10x + 6y = 76 \quad \Lambda (2)$$

將(1)+(2)可得 $19x = 76 \Rightarrow x = 4$ ，代入(1)： $y = 3 \times 4 \div 2 = 6$

$$\therefore \text{省水方式用水量每次 } 4 \text{ 公升，一般方式用水量每次 } 6 \text{ 公升} \Rightarrow 4 + 6 = 10$$

答案選 (A)

34. 有一群雞、豬總數 30，腳數共 72，則雞、豬相差多少隻？

- (A) 14 (B) 16 (C) 18 (D) 20

重點：能按題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。(雞有兩隻腳，豬有四條腿)

$$\text{設雞有 } x \text{ 隻，豬有 } y \text{ 隻} \begin{cases} x + y = 30 & \Lambda (1) \\ 2x + 4y = 72 & \Lambda (2) \end{cases}$$

由(2)-(1) $\times 2$ 可得 $2y = 12 \Rightarrow y = 6$ ，代入(1)： $x = 30 - 6 = 24$

$$\therefore \text{雞、豬相差 } 24 - 6 = 18 \text{ (隻)}$$

答案選 (C)

35. 5 元硬幣、10 元硬幣共有 35 個，合計 275 元，則 10 元硬幣比 5 元硬幣個數多幾個？

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

重點：二元一次方程式解的意義，並求出其聯立方程式解。

$$\text{設 } 5 \text{ 元 } x \text{ 個，} 10 \text{ 元 } y \text{ 個，} \begin{cases} x + y = 35 & \Lambda (1) \\ 5x + 10y = 275 & \Lambda (2) \end{cases}$$

由(2)-(1) $\times 5$ 可得 $5y = 100 \Rightarrow y = 20$ ，代入(1)： $x = 35 - 20 = 15$

$$\therefore 10 \text{ 元硬幣比 } 5 \text{ 元硬幣個數多 } 20 - 15 = 5 \text{ 個。}$$

答案選 (A)

36. 設聯立方程式 $\begin{cases} x - my = 4 \\ nx + y = 18 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = -5 \\ y = 3 \end{cases}$ ，求 $m - n$ 之值為何？

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

重點：二元一次方程式解的意義，解一元一次方程式。

將 $x = -5$ ， $y = 3$ 代入得到 $-5 - 3m = 4 \Rightarrow m = -3 \Rightarrow -5n + 3 = 18 \Rightarrow n = -3$

所以 $m - n = -3 - (-3) = 0$

答案選 (B)

37. 龍師父對虎徒弟說：「我在你這個年齡的時候，你只有兩歲；等你到我這年紀的時候，我就 41 歲了。」試問龍師父與虎徒弟現年相差幾歲？

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15

重點：能理解時間相對的觀念，按題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。

設龍師父現年 x 歲，虎徒弟現年是 y 歲

$$\therefore x = 2(x - y) + 2 \Rightarrow x - 2y = -2 \quad (1), \quad 41 = y + 2(x - y) \Rightarrow 2x - y = 41 \quad (2)$$

由 (2) - (1) $\times 2$ 可得 $3y = 45 \Rightarrow y = 15$ ，代入 (1)： $x = -2 + 2 \times 15 = 28$

\therefore 龍師父現年 28 歲，虎徒弟現年是 15 歲 $\Rightarrow 28 - 15 = 13$

答案選 (B)

38. 某人以 100 元鈔票一張向便利商店換得十元和五元的兩種硬幣，若兩種硬幣總數最多可能有 a 個，最少有 b 個，則 $a - b = ?$ (兩種都有)

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

重點：理解二元一次方程式解的意義。

設十元硬幣有 x 個，五元的硬幣有 y 個

$$10x + 5y = 100 \Rightarrow 2x + y = 20$$

$$\therefore x = 1, y = 18; \quad x = 2, y = 16; \quad x = 3, y = 14;$$

$$x = 4, y = 12; \quad x = 5, y = 10; \quad x = 6, y = 8;$$

$$x = 7, y = 6; \quad x = 8, y = 4; \quad x = 9, y = 2.$$

$$\therefore a = 19, \quad b = 11 \Rightarrow a - b = 19 - 11 = 8$$

答案選 (D)

39. 小華在米店打零工，他需要秤 3 袋米的重量，但磅秤只能秤大於 100 公斤重的米，而每袋米卻都小於 100 公斤，於是他每次秤兩袋，分別得到 108 公斤、117 公斤及 123 公斤，則最輕的一袋是多少公斤？

- (A) 48 (B) 51 (C) 57 (D) 66

重點：能按題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。(考加減消去法)

設3袋米的重量分別秤得 x 、 y 、 z 公斤

$$\therefore x + y = 108\Lambda \quad (1), \quad y + z = 117\Lambda \quad (2), \quad z + x = 123\Lambda \quad (3)$$

將(1)+(2)+(3)可得 $x + y + z = 174\Lambda$ (4)

$$\therefore (4)-(1) \text{ 得到 } z = 66, \quad (4)-(2) \text{ 得到 } x = 57, \quad (4)-(3) \text{ 得到 } y = 51$$

\therefore 最輕的一袋為 $y = 51$ (公斤)

答案選 (B)

40. 甲數的4倍等於乙數的5倍，甲數的3倍比乙數的2倍多21，則甲數與乙數相差多少？

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

重點：考倍數觀念，並能按題意列出二元一次聯立方程式，求出其解。

設甲 $=x$ ，乙 $=y$

$$\begin{cases} 4x = 5y\Lambda & (1) \\ 3x - 2y = 21\Lambda & (2) \end{cases}, \text{ 由 } (1) \times 3 \text{ 可得 } 12x - 15y = 0\Lambda \quad (3), \text{ 由 } (2) \times 4 \text{ 可得 } 12x - 8y = 84\Lambda \quad (4)$$

$$(3)-(4) : -7y = -84 \Rightarrow y = 12, \text{ 代入 } (1) : x = 5 \times 12 \div 4 = 15, \therefore x - y = 15 - 12 = 3.$$

答案選 (A)

41. 永慶將950元分給小安、大安2人，若小安給大安50元，則小安的錢是大安的 $\frac{2}{17}$ 倍，

則大安原有多少元？

重點：能按題意列出二元一次聯立方程式，求出其解。

設大安原有 x 元，小安原有 y 元

$$\begin{cases} x + y = 950 & \Lambda \quad (1) \\ \frac{2}{17} \times (x + 50) = y - 50 & \Lambda \quad (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 950 & \Lambda \quad (3) \\ 2x - 17y = -950 & \Lambda \quad (4) \end{cases}$$

$$\text{由 } (3) \times 17 + (4) \text{ 可得 } 19x = 15200 \Rightarrow x = 800$$

答案選 (D)

42. 解方程式 $\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = -6\Lambda & (1) \\ 5x - 3y = 44\Lambda & (2) \end{cases}$ 的解，則 $x + y = ?$

- (A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2

重點：解二元一次聯立方程式。

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = -6 & \Lambda (1) \\ 5x - 3y = 44 & \Lambda (2) \end{cases}, \text{由(1)可得: } y = -6 - \frac{1}{2}x \quad \Lambda (3)$$

將(3)代入(2)： $5x + 18 + \frac{3}{2}x = 44$ ， $\frac{13}{2}x = 26 \Rightarrow x = 4$

代入(3) $y = -6 - \frac{1}{2} \times 4 = -8$ ， $\therefore x + y = 4 - 8 = -4$ ，

答案選 (A)。

43. 解下列方程式 $\begin{cases} \frac{1}{8}x + 8y = 66 \\ \frac{1}{8}y + 8x = 129 \end{cases}$ ， $x - y$ 之值為何？

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

重點：解二元一次聯立方程式。(善用加減消去法)

$$\begin{cases} \frac{1}{8}x + 8y = 66 & \Lambda (1) \\ \frac{1}{8}y + 8x = 129 & \Lambda (2) \end{cases}, \text{將(1)+(2) 得到 } \frac{65}{8}x + \frac{65}{8}y = 195 \Rightarrow x + y = 24 \quad \Lambda (3)$$

將(1)-(2) 得到 $-\frac{63}{8}x + \frac{63}{8}y = -63 \Rightarrow x - y = 8 \quad \Lambda (4)$

將(3)+(4) 得到 $2x = 32 \Rightarrow x = 16$ ，將(3)-(4) 得到 $2y = 16 \Rightarrow y = 8$

所以 $x - y = 16 - 8 = 8$ ，

答案選 (C)

44. 解聯立方程式 $\begin{cases} 38m + 82n = 316 & \Lambda (1) \\ 30m + 98n = 316 & \Lambda (2) \end{cases}$ ，則 $m + 4n = ?$

- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12

重點：解二元一次聯立方程式。

由(1)-(2)可得 $8m - 16n = 0 \Rightarrow m - 2n = 0 \quad \Lambda (3)$

由(3) $\times 49 + (2)$ 可得 $79m = 316 \Rightarrow m = 4$ 代入 (3)： $4 - 2n = 0 \Rightarrow n = 2$

所以 $m + 4n = 4 + 4 \times 2 = 12$

答案選 (D)

45. 有一個二位數，十位數、個位數，數字和 16，十位、個位數字互換新數比原數小 18，求此二位數為？

(A) 69 (B) 79 (C) 87 (D) 97

重點：按題意列出二元一次聯立方程式，求出其解。(二位數=十位數字 \times 10+個位數字)

$$\text{設十位數字為 } x, \text{ 個位數字為 } y, \begin{cases} x + y = 16 & \Lambda (1) \\ 10y + x = 10x + y - 18 & \Lambda (2) \end{cases}$$

由(2)可得 $-9x + 9y = -18 \quad \Lambda (3)$ ，由(1) \times 9可得 $9x + 9y = 144 \quad \Lambda (4)$

$\therefore (3) + (4) : 18y = 126 \Rightarrow y = 7$ ，代入(1)： $x = 16 - 7 = 9$ ， \therefore 此二位數為 97。

答案選 (D)

46. 文昇與高昇做減法，文昇將減數後面多寫 1 個 0，所得的差是 -190 ；高昇將減號看成加號，得答案為 272，求原正確之答案為？

(A) 198 (B) 188 (C) 178 (D) 168

重點：能按題意列出二元一次聯立方程式，求出其解。

$$\text{設被減數為 } x, \text{ 減數為 } y, \begin{cases} x - 10y = -190 \Lambda (1) \\ x + y = 272 \Lambda (2) \end{cases}$$

將(2)-(1)可得 $11y = 462 \Rightarrow y = 42$ ，代入(2)可得 $x = 230$

\therefore 原正確之答案為 $x - y = 230 - 42 = 188$ 。

答案選 (D)

47. 某人行 35 公里的路，第一段每時行 4 公里，第二段每時行 5 公里，若以每時行 4 公里的速度改為每時行 5 公里，而每時行 5 公里的速度改為每時行 4 公里，則可比原路多行 2 公里，問原路程共需費多少小時？

(A) 6 小時 (B) 7 小時 (C) 8 小時 (D) 9 小時

重點：能按題意列出二元一次聯立方程式，求出其解。(理解速度的定義)

$$\text{設第一段時間為 } x, \text{ 第二段時間為 } y, \begin{cases} 4x + 5y = 35 \Lambda (1) \\ 5x + 4y = 37 \Lambda (2) \end{cases}$$

由(1) \times 5-(2) \times 4可得： $9y = 27 \Rightarrow y = 3$ ，代入(2)： $5x = 37 - 4 \times 3 = 25 \Rightarrow x = 5$

所以原路程共費時 $5 + 3 = 8$ 小時。

答案選 (C)

48. 一橋不知其寬，只知其長 15 公尺之圓木材流過橋下須 14 秒，且長 23 公尺之圓木材須 18 秒，今有長 41 公尺之圓木材，流過橋下須幾秒？

(A) 23 秒 (B) 25 秒 (C) 27 秒 (D) 29 秒

重點：能按題意列出二元一次聯立方程式，求出其解。(能理解速度的定義)

設橋寬為 x 公尺，水流速率為每秒 y 公尺，
$$\begin{cases} x+15=14y \quad \Lambda (1) \\ x+23=18y \quad \Lambda (2) \end{cases}$$

由(1)-(2)可得： $-8=-4y \Rightarrow y=2$ ，代入(1)可得 $x=14 \times 2 - 15 = 13$

所以橋寬為 13 公尺，水流速率為每秒 2 公尺， $(41+13) \div 2 = 27$ 。

所以長 41 公尺之圓木材，流過橋下須 27 秒

答案選 (C)

49. 甲、乙二數，甲除以乙得商為 7，餘數為 4；甲的 3 倍除以乙的 2 倍得商為 11，餘數為 4，則甲、乙二數之和為何？

(A) 76 (B) 72 (C) 68 (D) 64

重點：解二元一次聯立方程式。(考除法原理：被除數 = 除數 \times 商數 + 餘數)

設甲數為 x ，乙數為 y ， $\therefore \begin{cases} x=7y+4 & \Lambda (1) \\ 3x=2y \times 11+4 & \Lambda (2) \end{cases}$

將(1)代入(2)可得 $3 \times (7y+4) = 22y+4 \Rightarrow 21y+12 = 22y+4 \Rightarrow y=8$

代入(1)得： $x=7 \times 8+4=60$ ， \therefore 甲數為 60，乙數為 8。 $\Rightarrow 60+8=68$

答案選 (C)

50. $|4x+5y-26|+|x+2y-14|=0$ ，則 $2x+y=?$

(A) 26 (B) 14 (C) 22 (D) 15

重點：絕對值的觀念，解二元一次聯立方程式。

由題意可列出：
$$\begin{cases} 4x+5y=26 & \Lambda (1) \\ x+2y=14 & \Lambda (2) \end{cases}$$

由(2) \times 4可得：
$$\begin{cases} 4x+5y=26 & \Lambda (3) \\ 4x+8y=56 & \Lambda (4) \end{cases}$$

由(4)-(3)可得 $3x=30 \Rightarrow x=10$ ，代回(2)： $2y=14-10=4 \Rightarrow y=2$

所以 $2x+y=2 \times 10+2=22$

答案選 (C)

51. 有一工程，男、女工各一人共同去作需 12 日完成，若男工 2 人，女工 3 人合作，則需 5 日完成，今以男工一人獨作需 a 日完成，以女工一人獨作需 b 日完成，問 (a, b) ？
 (A) (12, 15) (B) (15, 20) (C) (20, 30) (D) (25, 40)

重點：工程問題，未知數在分母的二元一次方程式。

設男工一人獨作 x 日完成，女工一人獨作 y 日完成，由題意得

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \wedge \wedge \wedge \wedge (1) \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{5} \wedge \wedge \wedge \wedge (2) \end{cases}$$

由 $(1) \times 3 - (2)$ 得： $\frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ ，

所以 $x = 20$ 代入 (1) 得： $\frac{1}{20} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{12} - \frac{1}{20} \Leftrightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{30}$

$$y = 30$$

男工一人獨作需 20 日，女工一人獨作需 30 日。

答案選 (C)