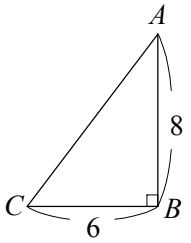
班級：　　座號：　姓名：

幾何與證明-三角形的外心、內心、重心

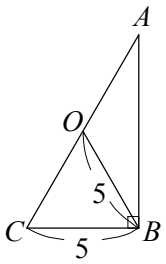
www.topmath.org

題型 1. 三角形外接圓的半徑

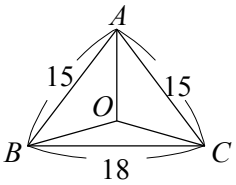
1. 如圖(一)，$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$\overline{AB}=8$，$\overline{BC}=6$，則$\triangle ABC$ 的外接圓半徑＝_____。
2. 如圖(二)，$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，O 爲$\triangle ABC$ 的外心，且 $\overline{OB}=\overline{BC}=5$，則$\triangle ABC$ 的面積＝_____。
3. 如圖(三)，$\triangle ABC$ 中，O 爲其外心，且 $\overline{AB}=\overline{AC}=15$，$\overline{BC}=18$，則其外接圓半徑＝_____。
4. 如圖(四)，$\triangle ABC$ 爲正三角形，邊長爲 6，O 爲其外心，則其外接圓半徑＝_____。
5. 如圖(五)，$\triangle ABC$ 中，O 爲其外心，且 $\overline{AB}=\overline{AC}=25$，$\overline{BC}=48$，則其外接圓半徑＝_____。



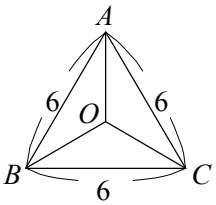
圖(一)



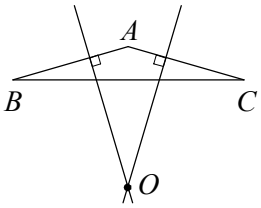
圖(二)



圖(三)



圖(四)



圖(五)

題型 2. 三角形外心的角度應用

1. 在銳角$\triangle ABC$ 中，O 爲其外心，若$\angle BAC=55^\circ$，則$\angle BOC$＝_____。
2. 在銳角$\triangle ABC$ 中，O 爲其外心，若$\angle BOC=124^\circ$，則$\angle BAC$＝_____。
3. 在鈍角$\triangle ABC$ 中，O 爲其外心，若$\angle BAC=120^\circ$，則$\angle BOC$＝_____。
4. 在鈍角$\triangle ABC$ 中，O 爲其外心，若$\angle BAC=115^\circ$，則$\angle BOC$＝_____。
5. 在$\triangle ABC$ 中，O 爲其外心，若$\angle BOC=130^\circ$，則$\angle BAC$＝_____。

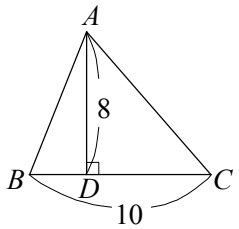
題型 3. 三角形內切圓的半徑與三角形面積

1. 如圖(一)，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AD} \perp \overline{BC}$，且 $\overline{AD}=8$，$\overline{BC}=10$，周長＝40，則其內切圓半徑＝_____。

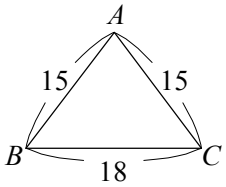
2. 如圖(二)，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=15$，$\overline{BC}=18$，則其內切圓半徑＝_____。

3. 如圖(三)，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=26$，$\overline{BC}=20$，則其內切圓半徑＝_____。

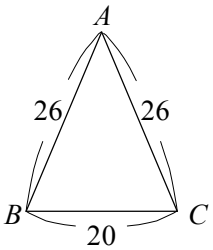
4. 如圖(四)，$\triangle ABC$ 爲正三角形，邊長爲 10，則其內切圓半徑＝_____。



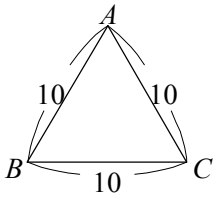
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖(四)

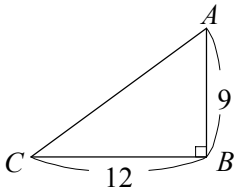
題型 4. 直角三角形的內切圓半徑

1. 如圖(一)，$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90^\circ$，$\overline{AB}=9$，$\overline{BC}=12$，則其內切圓半徑＝_____。

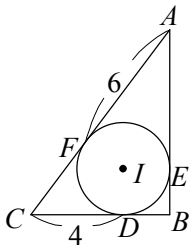
2. 如圖(二)，I 爲直角$\triangle ABC$ 的內心，$\angle B=90^\circ$，D、E、F 爲內切圓與三邊的切點，若$\overline{AF}=6$，$\overline{CD}=4$，則其內切圓半徑＝_____。

3. 如圖(三)，I 爲直角$\triangle ABC$ 的內心，$\angle B=90^\circ$，D、E、F 爲內切圓與三邊的切點，若$\overline{AE}=12$，$\overline{CD}=8$，則其內切圓半徑＝_____。

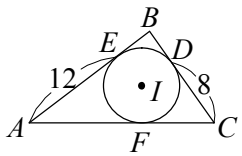
4. 如圖(四)，I 爲直角$\triangle ABC$ 的內心，$\angle B=90^\circ$，D、E、F 爲內切圓與三邊的切點，若$\overline{AF}=21$，$\overline{CF}=4$，則其內切圓半徑＝_____。



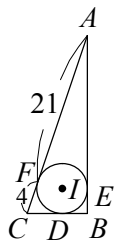
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖(四)

題型 5. 三角形內心的角度應用

1. 在△ABC 中，I 爲其內心，若∠BIC＝140°，則∠BAC＝_____。

2. 在△ABC 中，I 爲其內心，若∠BIC＝160°，則∠BAC＝_____。

3. 在△ABC 中，I 爲其內心，若∠BAC＝40°，則∠BIC＝_____。

4. 在△ABC 中，I 爲其內心，若∠BAC＝74°，則∠BIC＝_____。

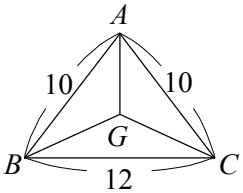
題型 6. 三角形重心與三角形的面積

1. 如圖(一)，△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=10$，$\overline{BC}=12$，$G$ 爲其重心，則△BGC 面積＝_____。

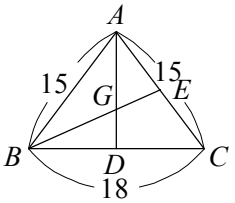
2. 如圖(二)，△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=15$，$\overline{BC}=18$，$G$ 爲中線 $\overline{AD}$ 、$\overline{BE}$ 的交點，則△AGE 的面積＝_____。

3. 如圖(三)，△ABC 中，∠B＝90°，$\overline{AB}=16$，$\overline{BC}=12$，G 爲中線 $\overline{AD}$ 、$\overline{BE}$ 的交點，則△BGD 的面積＝_____。

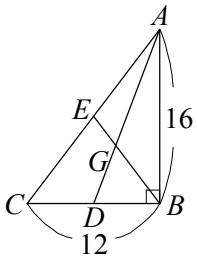
4. 如圖(四)，△ABC 爲正三角形，且 $\overline{AB}=10$，若 G 爲中線 $\overline{BE}$ 、$\overline{CF}$ 的交點，則四邊形 $AEGF$ 的面積＝_____。



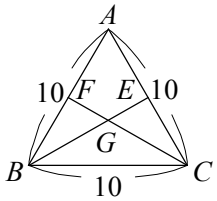
圖(一)



圖(二)



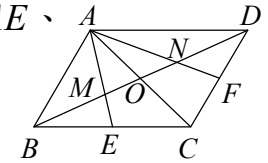
圖(三)



圖(四)

題型 7. 三角形重心性質的面積應用

1. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，E、F 分別爲 $\overline{BC}$、$\overline{CD}$ 的中點，且 $\overline{AE}$、$\overline{AF}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 M、N，若 $\overline{ON}=4$，則：

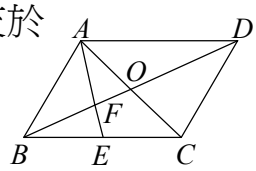


(1) $\overline{BD}=$_____。

(2) $\triangle ON$ 的面積＝_____×$\triangle ABC$ 的面積。

(3) $\triangle ON$ 的面積＝_____×平行四邊形 $ABCD$ 的面積。

2. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，E 爲 $\overline{BC}$ 的中點，且 $\overline{AE}$、$\overline{BD}$ 相交於 F 點，若 $\triangle BEF$ 的面積爲 $6cm^2$，則：



(1) $\triangle ABF$ 的面積＝_____cm^2。

(2) 四邊形 $CEFO$ 的面積＝_____cm^2。

(3) $\triangle ABD$ 的面積＝_____cm^2。

(4) 平行四邊形 $ABCD$ 的面積＝_____cm^2。

題型 8. 正三角形的外心、內心與重心

1. 正$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=8$，則其外接圓半徑＝_____，內切圓半徑＝_____。

2. 正$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=12$，O 爲其外心，則 $\overline{AO}+\overline{BO}+\overline{CO}=$_____。

3. 正$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=9$，I 爲其內心，則$\triangle AIB$ 的面積＝_____。

題型 9. 直角三角形的外心、內心與重心

1. 若 O、G 分別爲直角$\triangle ABC$ 的外心及重心，且 $\overline{OG}=4$，則$\triangle ABC$ 的外接圓半徑＝_____。

2. 若 O、G 分別爲直角$\triangle ABC$ 的外心及重心，且 $\angle B=90^\circ$，$\overline{BG}=6$，則 $\overline{AC}=$_____。

3. 若 O、G 分別爲直角$\triangle ABC$ 的外心及重心，且 $\angle B=90^\circ$，$\overline{AB}=8$，$\overline{BC}=6$，則 $\overline{BG}=$_____。

4. 若 O、G 分別爲直角$\triangle ABC$ 的外心及重心，且 $\angle B=90^\circ$，$\overline{AC}=14$，則 $\overline{OG}=$_____。